

Разбор задач

Задача 1. Ребус

Имеем ребус $??B + BBA = BABB$, в котором используются не более трёх различных десятичных цифр.

Из равенства в младшем разряде заключаем, что $A = 0$, так как только сложив цифру с нулём, можно получить такую же цифру.

Поскольку переноса в разряд десятков не было, из тех же соображений получаем, что вторая цифра в первом слагаемом – это $A = 0$.

Сумма двух трёхзначных чисел даёт четырёхзначное, первая цифра результата может быть только 1, значит, $B = 1$.

Тогда в старшем разряде имеем равенство $? + B = 10$, причём вместо $?$ может быть только числовое значение A , B или B . Поскольку число не может начинаться с 0, то на месте $?$ не может стоять A . Остаётся два варианта: $?$ это $B = 1$, тогда $1 + B = 10$, откуда $B = 9$. Либо $?$ это B , тогда $B + B = 10$ и $B = 5$.

Итак, ребус имеет два решения.

1. $505 + 510 = 1015$, при этом $A = 0$, $B = 1$ и $B = 5$.

2. $109 + 910 = 1019$, при этом $A = 0$, $B = 1$ и $B = 9$.

Ответ:

015

019

Задача 2. Нечётные цифры

Нет смысла к одному числу применять и операции увеличения на 1, и операции уменьшения на 1. Поэтому для каждого числа нужно рассмотреть два ближайших к нему числа с нечётными цифрами: одно будет меньше него, другое — больше него. Для числа 26 такими числами будут 19 и 31. Чтобы получить 19, понадобится $26 - 19 = 7$ операций, а чтобы получить 31 — $31 - 26 = 5$ операций. Минимальное число операций равно 5.

Для числа 348 такими числами будут 339 и 351, и ответ $351 - 348 = 3$.

В общем случае, чтобы получить число, в котором все цифры нечётные, нужно заменить в нём все чётные цифры, в частности, нужно изменить старшую (самую левую) чётную цифру. Её можно уменьшить или увеличить. Если её уменьшить на 1, то нужно все цифры правее сделать равными 9, а если увеличить на 1, то заменить все цифры правее на 1. Например, для числа 5652 получим числа 5599 и 5711. $5652 - 5599 = 53$, $5711 - 5652 = 59$, ответ для этого числа равен 53.

Для числа 6539 нужно рассмотреть $6539 - 5999 = 540$ и $7111 - 6539 = 572$, ответ 572.

Отдельный случай, когда самая старшая чётная цифра равна 0. Тогда её нельзя уменьшить, но можно уменьшить предыдущую нечётную цифру. Здесь возникают два разных случая: если предыдущая нечётная цифра не равна 1, то её нужно уменьшить на 2. Если же она равна 1, то её тоже можно уменьшить, если это старшая цифра числа, тогда она станет равна 0 и «исчезнет», хотя 0 — чётная цифра.

Итак, 9999 состоит из нечётных цифр и меньше числа 10500, разница равна $10500 - 9999 = 501$. Если рассмотреть большее число, то разница будет равна $11111 - 10500 = 611$.

Наконец, для числа 30000 ответ будет равен $31111 - 30000 = 1111$.

Ответ:

5

3

53

540

501

1111

Задача 3. Кодовый замок

Нам нужно составить строку наименьшей длины из цифр «1» и «2», содержащую в качестве подстрок все возможные строки длины 3 из этих же цифр. Таких подстрок существует 8, поэтому

ответ должен иметь длину не менее 10 символов: первые 3 символа дают одну подстроку длины 3, добавление каждого следующего символа добавляет ещё одну подстроку.

Такую строку несложно построить путём перебора разных вариантов, например, 1112221211.

Задача 4. Билеты в кинотеатр

Для маленьких значений n ответ можно получить моделированием процесса вручную. К первому кассиру покупатели будут подходить каждые 30 секунд, то есть через 0, 30, 60, 90, 120, 150, ... секунд после начала продажи билетов. Ко второму кассиру покупатели будут подходить через 0, 50, 100, 150, ... секунд. К третьему — через 0, 75, 150, ... секунд. Если объединить все эти списки вместе и упорядочить их, то мы получим время ожидания для разных значений n .

n	Ответ
0	0
1	0
2	0
3	30
4	50
5	60
6	75
7	90
8	100
9	120
10	150
11	150
12	150







































Через 150 секунд освободятся все три кассира, так как 150 является наименьшим общим кратным чисел 30, 50, 75. За это время кассиры вместе обслужат 10 покупателей. И далее последовательность повторяется, с добавлением 150 секунд при каждом увеличении значения n на 10. Поэтому ответ для $n = 33$ равен $3 \cdot 150 + 30 = 480$, а ответ для $n = 108$ равен $10 \cdot 150 + 100 = 1600$.

Ответ:

60
75
150
480
1600

Задача 5. Розарий

Наибольшее количество цветов, которое можно разместить в розарии, равно 44. На рисунке приведён один из вариантов решения.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8	