

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ФИЗИКА. 2025–2026 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 8 КЛАСС

КРИТЕРИИ И РЕШЕНИЯ

Путешествие туриста (11 баллов)

Турист выехал из дома на автобусе в аэропорт и затратил на эту поездку 1,2 ч, двигаясь со средней скоростью 60 км/ч. В аэропорту он ожидал посадки 1,0 ч. Полёт длился 2,5 ч, за это время самолёт пролётел 1900 км. После посадки турист потратил ещё 0,5 ч на выход из аэропорта, а затем ехал до отеля на такси 0,6 ч со средней скоростью 50 км/ч. После заселения в отель турист более не перемещался. Расстоянием, пройденным туристом за время выхода из аэропорта, можно пренебречь.

1. Определите путь туриста от дома до отеля. Ответ выразите в км, округлив до целого числа. (2 балла)
2. Определите путь туриста к моменту времени $T = 7,0$ ч от начала пути. Ответ выразите в км, округлив до целого числа. (2 балла)
3. На сколько процентов изменилась бы средняя скорость всего путешествия, если бы такси ехало со средней скоростью на 10 км/ч больше? Ответ округлите до сотых долей. (3 балла)
4. Пусть $V_{\text{cp}}(t)$ — средняя скорость туриста за промежуток времени длительностью t с момента начала движения. Определите максимальное значение $V_{\text{cp}}(t)$ в течение всего путешествия. Ответ выразите в км/ч, округлив до целого числа. (4 балла)

Ответы: 1. $S_{\text{общ}} = 2002$ км; 2. $S_{\text{пр}} = 2002$ км; 3. $\Delta \bar{V} = 1,75$ %; 4. $\bar{V}_{\text{max}} = 420$ км/ч.

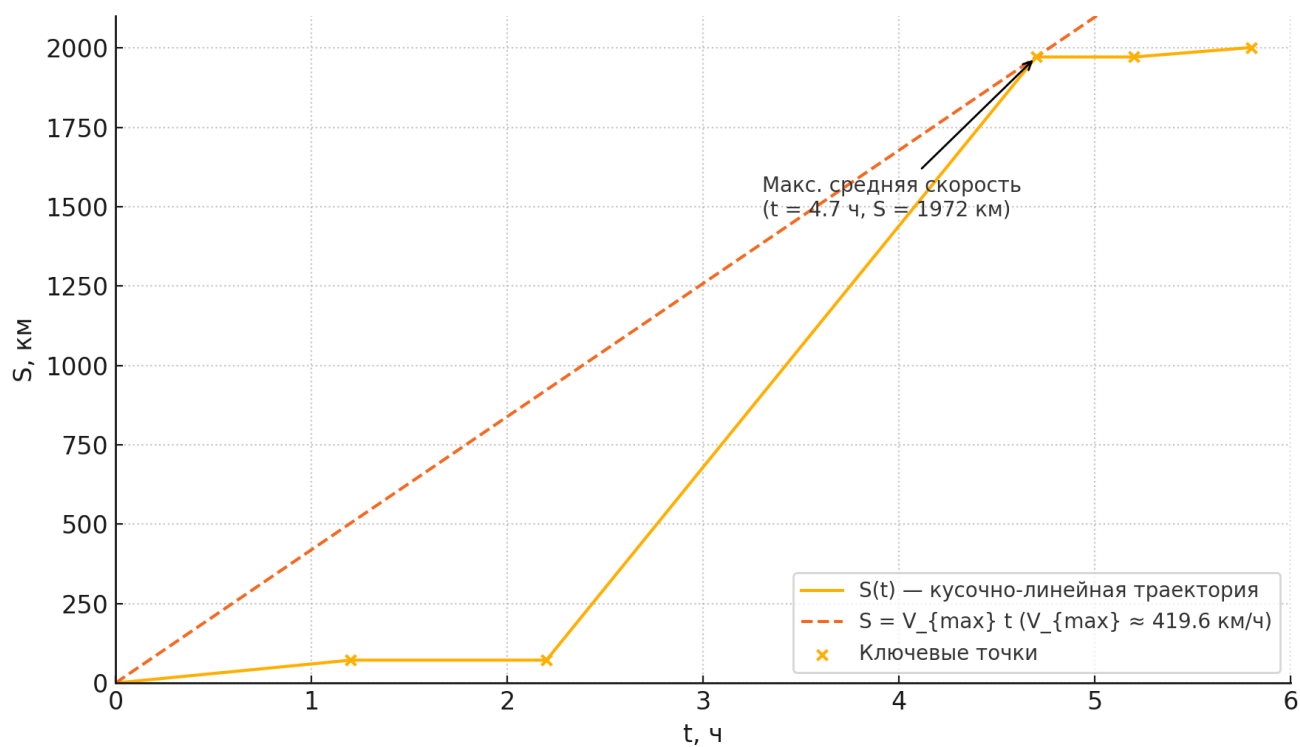


Рис. 1: График функции $S(t)$ и прямая $S = \bar{V}_{\text{max}} t$

Путешествие туриста (11 баллов)

Турист выехал из дома на автобусе в аэропорт и затратил на эту поездку 1,5 ч, двигаясь со средней скоростью 70 км/ч. В аэропорту он ожидал посадки t_1 часов, перемещаясь по терминалам со средней скоростью 5 км/ч. Полёт длился 3,0 ч, за это время самолёт пролетел 2100 км. После посадки турист потратил 0,5 ч на выход из аэропорта. Расстоянием, пройденным туристом за время выхода из аэропорта, можно пренебречь. Затем он ехал до отеля на такси 0,4 ч со средней скоростью 60 км/ч. Общий путь составил 2250 км. После заселения в отель турист более не перемещался.

1. Определите время ожидания в аэропорту. Ответ выразите в часах, округлив до десятых долей. (2 балла)
2. Определите момент времени, к которому путь туриста составил 1800 км. Ответ выразите в часах, округлив до сотых долей. (2 балла)
3. На сколько процентов изменилась бы средняя скорость всего путешествия, если бы такси ехало со средней скоростью на 10 км/ч больше? Ответ округлите до сотых долей. (3 балла)
4. Пусть $V_{\text{cp}}(t)$ — средняя скорость туриста за промежуток времени длительностью t с момента начала движения. Определите максимальное значение $V_{\text{cp}}(t)$ в течение всего путешествия. Ответ выразите в км/ч, округлив до целого числа. (4 балла)

Ответы: 1) $t_1 = 4,2$ ч; 2) $T = 8,09$ ч; 3) $\Delta \bar{V} = 0,60$ %; 4) $\bar{V}_{\max} = 256$ км/ч.

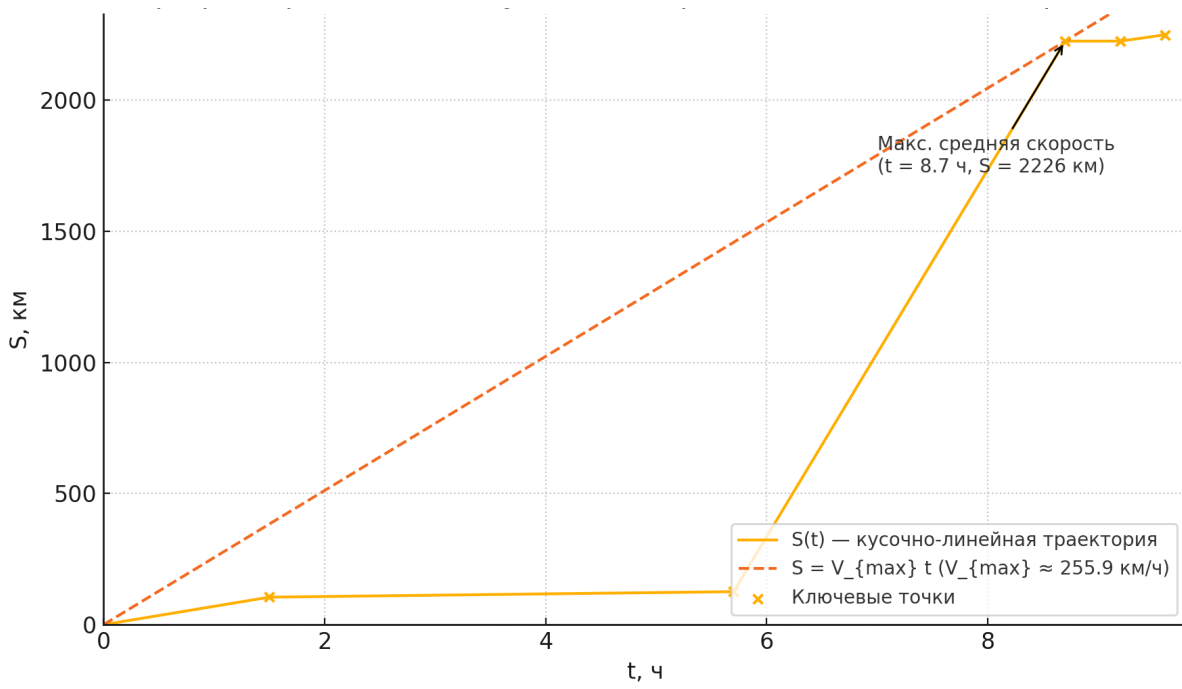


Рис. 2: График функции $S(t)$ и прямая $S = \bar{V}_{\max} t$.

Путешествие туриста (11 баллов)

Турист начал путешествие на автобусе: за 1,0 ч он добрался до аэропорта со средней скоростью 80 км/ч. В аэропорту он провёл 1,5 ч, перемещаясь между терминалами со средней скоростью 5 км/ч. Перелёт занял 2,0 ч (за это время самолёт пролетел 1600 км). На выход после посадки ушло 0,5 ч. Расстоянием, пройденным туристом за время выхода из аэропорта, можно пренебречь. До отеля турист добирался на такси, проехав 24 км со средней скоростью 60 км/ч. После заселения в отель турист более не перемещался.

1. Определите путь туриста от дома до отеля. Ответ выразите в км, округлив до десятых долей. (2 балла)
2. Определите путь туриста к моменту времени $T = 4,5$ ч от начала поездки. Ответ выразите в км, округлив до десятых долей. (2 балла)
3. Какой должна быть средняя скорость такси, чтобы средняя скорость всего путешествия увеличилась на 2 %? Ответ выразите в км/ч, округлив до целого числа. (3 балла)
4. Пусть $V_{\text{cp}}(t)$ — средняя скорость туриста за промежуток времени длительностью t с момента начала движения. Определите максимальное значение $V_{\text{cp}}(t)$ в течение всего путешествия. Ответ выразите в км/ч, округлив до целого числа. (4 балла)

Ответы: 1) $S_{\text{общ}} = 1711,5$ км; 2) $S_{\text{пр}} = 1687,5$ км; 3) $V_4 = 82$ км/ч; 4) $\bar{V}_{\text{max}} = 375$ км/ч.

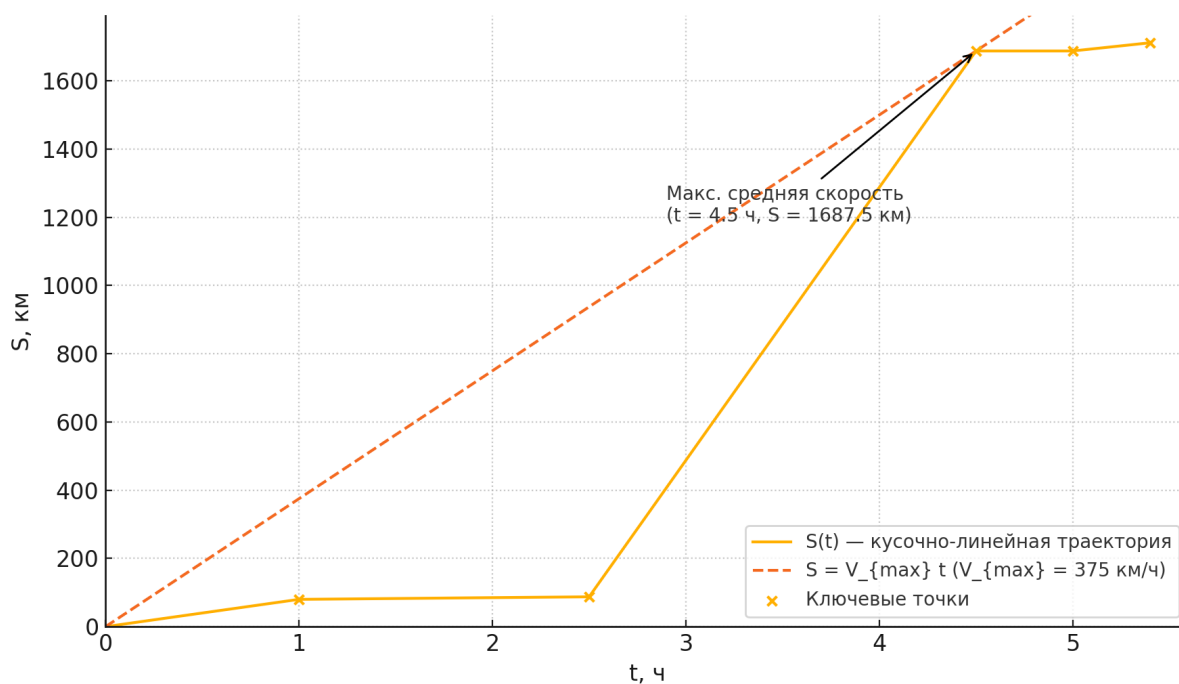


Рис. 3: График функции $S(t)$ и прямая $S = \bar{V}_{\text{max}} t$.

Путешествие туриста (11 баллов)

Турист ехал из дома в аэропорт на автобусе в течение 0,8 ч со средней скоростью 90 км/ч. В аэропорту он провёл 0,6 ч, перемещаясь по терминалам со средней скоростью 5 км/ч. Перелёт длился 3,5 ч, за это время самолёт пролетел 2450 км. После прилёта турист затратил 0,3 ч на выход из аэропорта. Расстоянием, пройденным туристом за время выхода из аэропорта, можно пренебречь. До отеля турист добирался на такси, он проехал 24 км со средней скоростью 60 км/ч. После заселения в отель турист более не перемещался.

1. Определите путь от дома до отеля. Ответ выразите в км, округлив до целого числа. (2 балла)
2. За какое время T путь туриста составил 2000 км? Ответ выразите в часах, округлив до сотых долей. (2 балла)
3. Какой должна быть средняя скорость такси, чтобы средняя скорость всего путешествия увеличилась на 2%? Ответ выразите в км/ч, округлив до целого числа. (3 балла)
4. Пусть $V_{\text{cp}}(t)$ — средняя скорость туриста за промежуток времени длительностью t с момента начала движения. Определите максимальное значение $V_{\text{cp}}(t)$ в течение всего путешествия. Ответ выразите в км/ч, округлив до целого числа. (4 балла)

Ответы: 1) $S_{\text{общ}} = 2549$ км; 2) $T = 4.15$ ч; 3) $V_4 = 83$ км/ч; 4) $\bar{V}_{\text{max}} = 515$ км/ч.

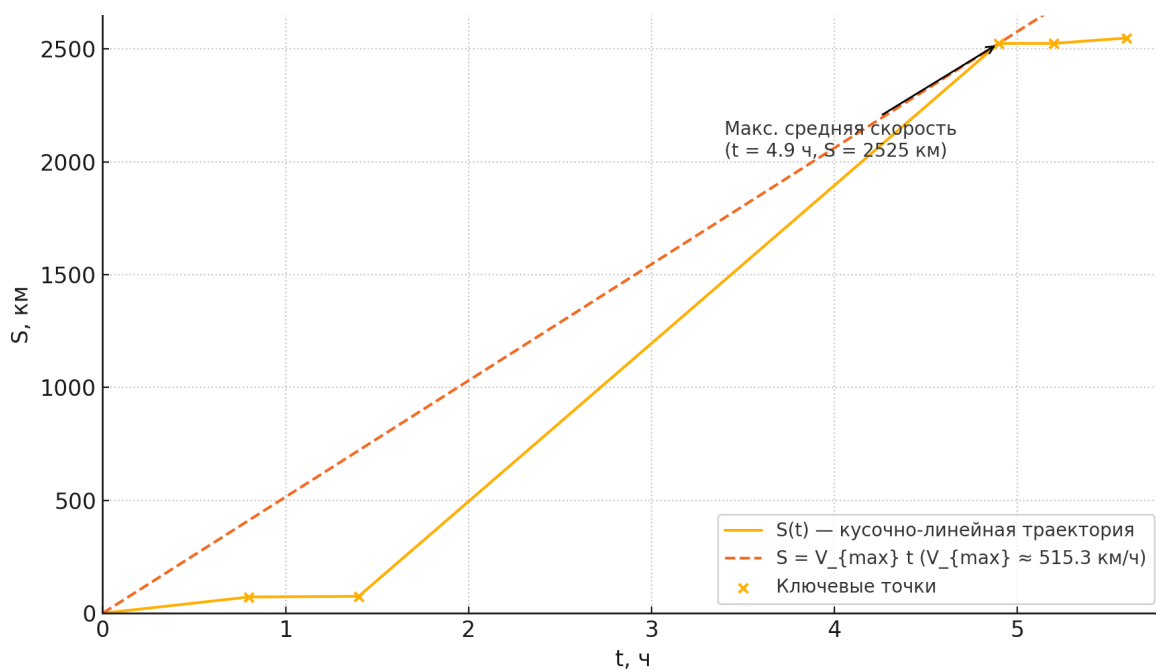


Рис. 4: График функции $S(t)$ и прямая $S = \bar{V}_{\text{max}} t$.

Путешествие туриста (11 баллов)

Турист ехал из дома в аэропорт на автобусе в течение 1,3 ч, двигаясь со средней скоростью 65 км/ч. В аэропорту он провёл 0,7 ч, перемещаясь по терминалам со средней скоростью 5 км/ч. Перелёт длился 2,8 ч, за это время самолёт пролетел 1980 км. Выход после посадки занял 0,4 ч. Расстоянием, пройденным туристом за время выхода из аэропорта, можно пренебречь. До отеля турист добирался на такси, проехав 32 км за 0,7 ч. После заселения в отель турист более не перемещался.

1. Определите среднюю скорость такси. Ответ выразите в км/ч, округлив до десятых долей. (2 балла)
2. Определите путь туриста к моменту времени 3,5 ч от начала пути. Ответ выразите в км, округлив до десятых долей. (2 балла)
3. Какой должна быть средняя скорость такси, чтобы средняя скорость всего путешествия увеличилась на 2 %? Ответ выразите в км/ч, округлив до целого числа. (3 балла)
4. Пусть $V_{\text{cp}}(t)$ — средняя скорость туриста за промежуток времени длительностью t с момента начала движения. Определите максимальное значение $V_{\text{cp}}(t)$ в течение всего путешествия. Ответ выразите в км/ч, округлив до целого числа. (4 балла)

Ответы: 1) $V_4 = 45,7$ км/ч; 2) $S_{\text{пр}} = 1148,7$ км; 3) $V_4 = 55$ км/ч; 4) $\bar{V}_{\text{max}} = 431$ км/ч.

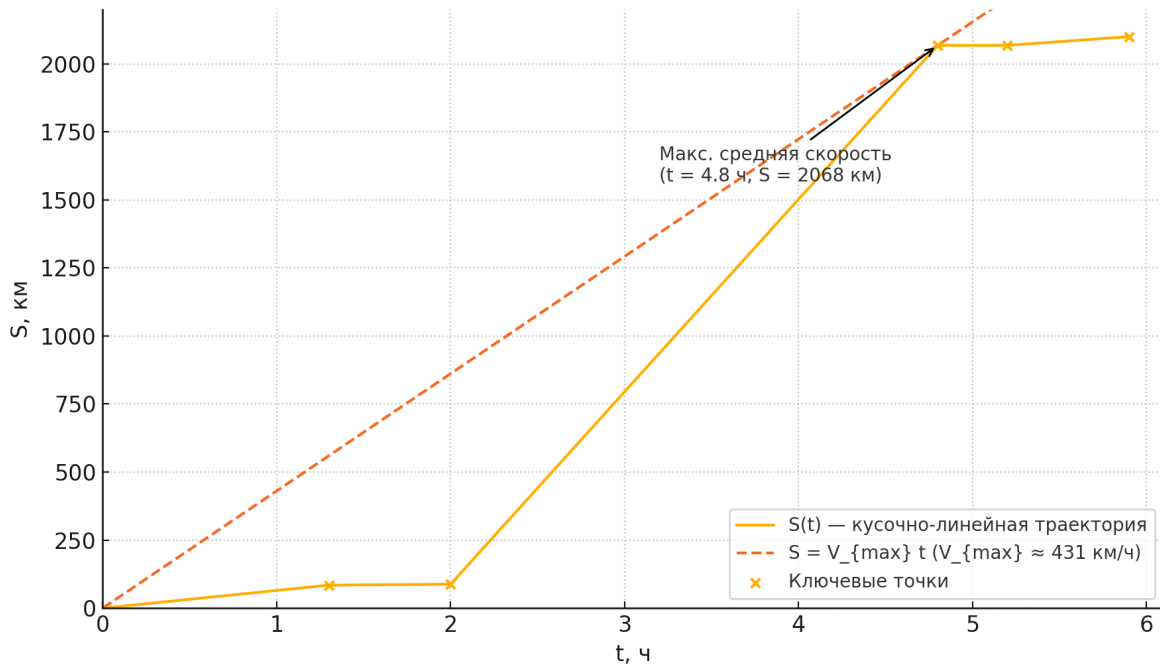


Рис. 5: График $S(t)$ и прямая $S = \bar{V}_{\text{max}} t$.

Путешествие туриста (типовое решение для всей группы)

Во всех вариантах есть одни и те же этапы пути:

Авто $(t_0, V_1) \rightarrow$ Ожид./терм. $(t_1, V_{\text{тер}}) \rightarrow$ Полёт $(t_2, S_2) \rightarrow$
 $\rightarrow$ Выход $(t_3) \rightarrow$ Такси $(t_4, V_4$ или $S_4)$.

Здесь $V_{\text{тер}}$ может быть 0 (чистое ожидание) или 5 км/ч (пеший ход по терминалу). Если для такси даны (t_4, V_4) , то $S_4 = V_4 t_4$; если даны (S_4, V_4) , тогда $t_4 = \frac{S_4}{V_4}$.

Уникальные вопросы, встречающиеся в задачах группы

1. Найти общий путь $S_{\text{общ}}$.
2. Найти пройденный путь к заданному моменту T (например, $T = 7$ ч).
3. Оценить, на сколько процентов изменится средняя скорость всего путешествия при изменении скорости такси на ΔV (например, на $+10$ км/ч).
4. Найти время ожидания t_1 , если известен общий путь $S_{\text{общ}}$.
5. Найти момент T , когда суммарный путь достиг заданного уровня (например, 1800 км).
6. Подобрать скорость такси V_4' так, чтобы средняя скорость всего путешествия выросла на p % (например, на 2 %).

7. Найти максимум мгновенной средней скорости $V_{\text{cp}}(t) = \frac{S(t)}{t}$ за всё путешествие.

Решение

1. Расстояния по этапам и общий путь

$$\begin{aligned} S_0 &= V_1 t_0, & S_1 &= V_{\text{тер}} t_1, & S_2 & \text{ (дано),} \\ S_4 &= \begin{cases} V_4 t_4, & \text{если даны } (V_4, t_4), \\ \text{дано,} & \text{если дан } S_4 \text{ (тогда } t_4 = \frac{S_4}{V_4}). \end{cases} \\ S_{\text{общ}} &= S_0 + S_1 + S_2 + S_4 \end{aligned}$$

2. Полное время и средняя скорость всего путешествия Время выхода t_3 не меняет пройденное расстояние, но входит во время:

$$T_{\Sigma} = t_0 + t_1 + t_2 + t_3 + t_4, \quad \bar{V} = \frac{S_{\text{общ}}}{T_{\Sigma}}.$$

3. Путь к моменту T — кусочно-линейная $S(t)$

Введём «узлы времени»:

$$T_0 = t_0, \quad T_1 = T_0 + t_1, \quad T_2 = T_1 + t_2, \quad T_3 = T_2 + t_3, \quad T_4 = T_3 + t_4 = T_{\Sigma}.$$

Также введём соответствующие суммарные пути в узлах:

$$\begin{aligned} S(T_0) &= S_0, & S(T_1) &= S_0 + S_1, & S(T_2) &= S_0 + S_1 + S_2, \\ S(T_3) &= S_0 + S_1 + S_2, & S(T_4) &= S_{\text{общ}}. \end{aligned}$$

Тогда

$$S(T) = \begin{cases} V_1 T, & 0 < T \leq T_0, \\ S_0 + V_{\text{тер}}(T - T_0), & T_0 < T \leq T_1, \\ S_0 + S_1 + V_2(T - T_1), & T_1 < T \leq T_2, \\ S_0 + S_1 + S_2, & T_2 < T \leq T_3, \\ S_0 + S_1 + S_2 + V_4(T - T_3), & T_3 < T \leq T_4. \end{cases} \quad \text{где } V_2 = \frac{S_2}{t_2},$$

Если $T \geq T_{\Sigma}$, то $S(T) = S_{\text{общ}}$.

4. Процентное изменение средней скорости при $V_4 \rightarrow V_4 + \Delta V$

Сначала находим S_4 (если не дано): $S_4 = V_4 t_4$. Тогда

$$T_{\Sigma} = t_0 + t_1 + t_2 + t_3 + \frac{S_4}{V_4}, \quad T'_{\Sigma} = t_0 + t_1 + t_2 + t_3 + \frac{S_4}{V_4 + \Delta V}.$$

$$\bar{V} = \frac{S_{\text{общ}}}{T_{\Sigma}}, \quad \bar{V}' = \frac{S_{\text{общ}}}{T'_{\Sigma}}, \quad \% \Delta \bar{V} = \frac{\bar{V}' - \bar{V}}{\bar{V}} \cdot 100 \% = \left(\frac{T_{\Sigma}}{T'_{\Sigma}} - 1 \right) \cdot 100 \%.$$

5. Нахождение времени ожидания t_1 по $S_{\text{общ}}$

$$t_1 = \frac{S_{\text{общ}} - S_0 - S_2 - S_4}{V_{\text{тер}}} \quad \left(\text{если } V_{\text{тер}} = 0, \text{ то } S_1 = 0 \Rightarrow t_1 \text{ Берём из условия} \right)$$

6. Когда суммарный путь достиг заранее заданного значения S^* ?

Сначала находим, на каком этапе это происходит, сравнив S^* с итогами узлов:

$$S(T_0), S(T_1), S(T_2), S(T_3), S(T_4) = S_{\text{общ}}.$$

Например, если $S(T_1) < S^* < S(T_2)$ (обычно это «во время полёта»), то

$$T = T_1 + \frac{S^* - S(T_1)}{V_2} = T_1 + \frac{S^* - (S_0 + S_1)}{S_2/t_2}.$$

Аналогично для других этапов (подставляя соответствующую скорость этого этапа).

7. Какая нужна скорость такси для роста средней на $p\%$?

Пусть $p = 2, 5$ и т. п. Введём «фиксированную» часть времени без такси:

$$T_{\text{fix}} = t_0 + t_1 + t_2 + t_3, \quad (\text{эта часть не меняется при изменении } V_4).$$

Требуем $\bar{V}' = (1 + \frac{p}{100}) \bar{V}$. Так как $S_{\text{общ}}$ не меняется,

$$\frac{S_{\text{общ}}}{T_{\text{fix}} + \frac{S_4}{V'_4}} = (1 + \frac{p}{100}) \cdot \frac{S_{\text{общ}}}{T_{\text{fix}} + \frac{S_4}{V_4}} \Rightarrow T_{\text{fix}} + \frac{S_4}{V'_4} = \frac{T_{\text{fix}} + \frac{S_4}{V_4}}{1 + \frac{p}{100}}.$$

$$V'_4 = \frac{\frac{S_4}{T_{\text{fix}} + \frac{S_4}{V_4}}}{\frac{1}{1 + \frac{p}{100}} - T_{\text{fix}}}$$

8. Максимум $V_{\text{cp}}(t) = \frac{S(t)}{t}$ за всё путешествие

На каждом линейном участке $S(t) = at + b$ имеем

$$V_{\text{cp}}(t) = \frac{S(t)}{t} = a + \frac{b}{t}.$$

Если $b > 0$, функция убывает; если $b < 0$, возрастает. Для наших путешествий:

- На «медленных» этапах (авто, терминал, такси) после старта в общем случае $b > 0$ — $V_{\text{cp}}(t)$ убывает.
- Во время полёта $S(t) = S(T_1) + V_2(t - T_1) \Rightarrow V_{\text{cp}}(t) = V_2 - \frac{S(T_1)}{t}$ — возрастает.

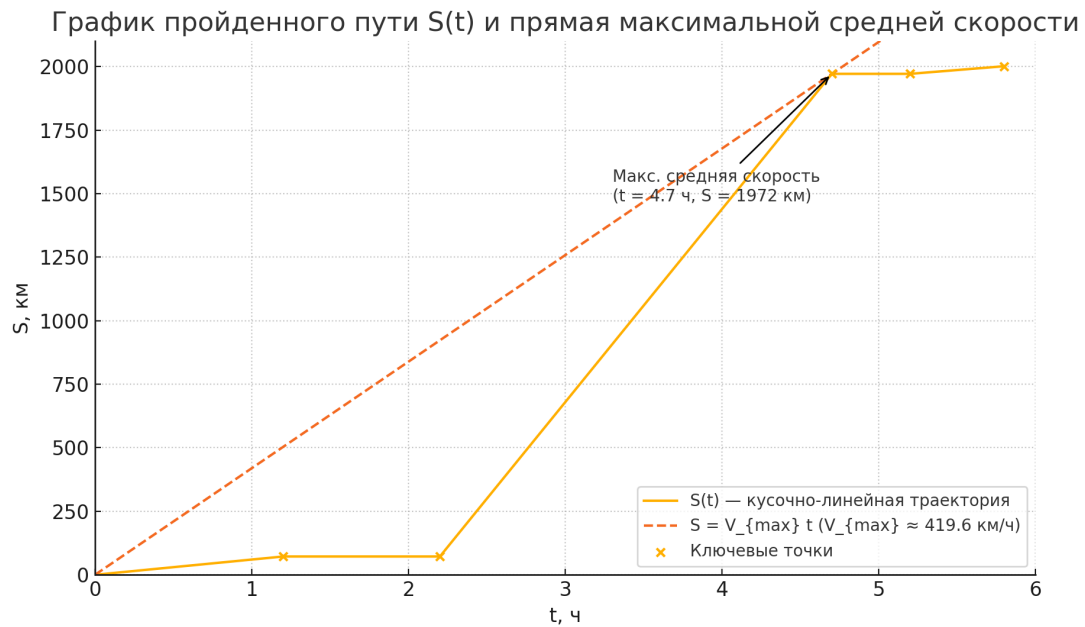


Рис. 6: Стандартный вид графика $S(t)$, получающийся в ходе решения данных задач.

Значит максимум достигается в конце полёта:

$$V_{\max} = \frac{S(T_2)}{T_2} = \frac{S_0 + S_1 + S_2}{t_0 + t_1 + t_2}$$

На графике $S(t)$ дополнительно нанесена прямая, проходящую через точку максимума средней скорости.

Баня фурако и сумоисты (9 баллов)

Цилиндрическая деревянная бочка — фурако — наполнена водой. Площадь поперечного сечения бочки составляет $S = 2,80 \text{ м}^2$. После погружения первого сумоиста массой $m_1 = 160 \text{ кг}$ уровень воды поднялся на Δh_1 . Затем в бочку залез второй сумоист, масса которого на 25 % больше; уровень воды поднялся ещё на Δh_2 и достиг края бочки, после чего из бочки вылилось $m_{\text{выл}} = 90,0 \text{ кг}$ воды. Средняя плотность тела сумоистов составляет $\rho_c = 985 \text{ кг/м}^3$; плотность воды составляет $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$; ускорение свободного падения примите равным $g = 10 \text{ м/с}^2$. Оба сумоиста полностью погружаются под воду, удерживаясь за выступ в дне бочки.

5. Определите Δh_1 . Ответ выразите в см, округлив до десятых долей. (3 балла)
6. Определите Δh_2 . Ответ выразите в см, округлив до десятых долей. (3 балла)
7. Какую силу F прикладывает первый сумоист к выступу в дне бочки, находясь полностью под водой? Ответ выразите в Н, округлив до целого числа. Считайте, что сумоист больше нигде не касается бочки. (3 балла)

Ответы: 5) $\Delta h_1 = 5,8 \text{ см}$; 6) $\Delta h_2 = 4,0 \text{ см}$; 7) $F = 24 \text{ Н}$.

Баня фурако и сумоисты (9 баллов)

Цилиндрическая деревянная бочка — фурако — наполнена водой. После погружения первого сумоиста массой $m_1 = 140$ кг уровень воды поднялся на $\Delta h_1 = 6$ см. Затем в бочку залез второй сумоист, масса которого на 35 % больше; уровень воды поднялся ещё на Δh_2 и достиг края бочки, после чего из бочки вылилось $m_{\text{выл}} = 90,0$ кг воды. Средняя плотность тела сумоистов составляет $\rho_c = 985$ кг/м³; плотность воды составляет $\rho_v = 1000$ кг/м³; ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с². Оба сумоиста полностью погружаются под воду, удерживаясь за выступ в дне бочки.

5. Какова площадь поперечного сечения бочки S ? Ответ дайте в м², округлив до сотых долей. (3 балла)
6. Определите Δh_2 . Ответ выразите в см, округлив до десятых долей. (3 балла)
7. На сколько увеличилась сила давления воды на дно бочки после погружения первого сумоиста? Ответ дайте в Н, округлив до целого числа. (3 балла)

Ответы: 5) $S = 2,37$ м²; 6) $\Delta h_2 = 4,3$ см; 7) $\Delta F = 1421$ Н.

Баня фурако и сумоисты (9 баллов)

Цилиндрическая деревянная бочка — фурако — наполнена водой. Первый сумоист массой $m_1 = 170$ кг погрузился полностью и поднял уровень воды на Δh_1 . Затем в бочку залез второй сумоист, масса которого на 20 % больше; уровень воды поднялся ещё на Δh_2 и достиг края бочки, после чего из бочки вылилось $m_{\text{выл}} = 80,0$ кг воды. Площадь поперечного сечения бочки составляет $S = 3,20$ м². Средняя плотность тела сумоистов составляет $\rho_c = 985$ кг/м³; плотность воды составляет $\rho_v = 1000$ кг/м³; Примите равным $g = 10$ м/с². Оба сумоиста полностью погружаются под воду, удерживаясь за выступ в дне бочки.

5. Определите Δh_1 . Ответ выразите в см, округлив до десятых долей. (3 балла)
6. Определите Δh_2 . Ответ выразите в см, округлив до десятых долей. (3 балла)
7. Во сколько раз сила, с которой второй сумоист действует на бочку, больше силы, с которой на неё действует первый сумоист? Ответ округлите до десятых долей. (3 балла)

Ответы: 5) $\Delta h_1 = 5,4$ см; 6) $\Delta h_2 = 4,0$ см; 7) $\frac{F_2}{F_1} = 1,2$.

Баня фурако и сумоисты (9 баллов)

Цилиндрическая деревянная бочка — фурако — наполнена водой. После погружения первого сумоиста массой $m_1 = 160$ кг уровень воды поднялся на $\Delta h_1 = 6$ см. Затем второй сумоист, масса которого на 30 % больше, погрузился целиком; уровень воды поднялся ещё на Δh_2 и достиг края бочки, после чего из бочки вылилось $m_{\text{выл}} = 103,4$ кг воды. Средняя плотность тела сумоистов составляет $\rho_c = 980$ кг/м³; плотность воды составляет $\rho_v = 1000$ кг/м³; ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с². Оба сумоиста полностью погружаются под воду, удерживаясь за выступ в дне бочки.

5. Найдите площадь поперечного сечения бочки S . Ответ выразите в м², округлив до сотых долей. (3 балла)
6. Определите Δh_2 . Ответ выразите в см, округлив до десятых долей. (3 балла)
7. С какой суммарной силой оба сумоиста действуют на бочку? Ответ выразите в Н, округлив до целого числа. (3 балла)

Ответы: 5) $S = 2,72$ м²; 6) $\Delta h_2 = 4,0$ см; 7) $F_{\text{sum}} = 75$ Н.

Баня фурако и сумоисты (типовое решение для всей группы задач)

Уникальные вопросы, встречающиеся в задачах

1. Подъём уровня после погружения первого сумоиста: найти Δh_1 .
2. Дополнительный подъём до края после погружения второго: найти Δh_2 при известном объёме перелившейся воды $V_{\text{выл}}$ (или массе $m_{\text{выл}}$).
3. Площадь сечения бочки S по известным m_1 и Δh_1 .
4. Изменение силы давления воды на дно после погружения первого сумоиста.
5. Сила, с которой полностью погружённый сумоист тянет за выступ (действует на бочку), сумма сил двух сумоистов, а также отношение этих сил для двух сумоистов.

Решение

1. **Объёмы сумоистов.** По определению плотности объём V тела массой m при средней плотности ρ_c находится по формуле

$$V = \frac{m}{\rho_c}.$$

Поэтому $V_1 = \frac{m_1}{\rho_c}$, $V_2 = \frac{m_2}{\rho_c}$ (если m_2 дано напрямую или через проценты от m_1).

2. **Подъём уровня от погружения (без перелива)**

В вытесненной воде объём равен объёму погружённого тела. Для цилиндрической бочки

$$S \Delta h = V_{\text{вытесн}}.$$

Отсюда для первого сумоиста:

$$\Delta h_1 = \frac{V_1}{S} = \frac{m_1}{\rho_c S}.$$

Если Δh_1 известно, то можно найти площадь:

$$S = \frac{V_1}{\Delta h_1} = \frac{m_1}{\rho_c \Delta h_1}.$$

3. **Подъём уровня при втором погружении до края с переливом**

При втором погружении уровень доходит до края, а лишний объём переливается. Тогда

$$S \Delta h_2 = V_2 - V_{\text{выл}},$$

где $V_{\text{выл}} = \frac{m_{\text{выл}}}{\rho_{\text{в}}}$ (если задана масса перелива). Следовательно,

$$\Delta h_2 = \frac{V_2 - V_{\text{выл}}}{S} = \frac{1}{S} \left(\frac{m_2}{\rho_c} - \frac{m_{\text{выл}}}{\rho_{\text{в}}} \right).$$

4. **На сколько увеличилась сила давления воды на дно после первого погружения**

Гидростатическая сила давления на дно пропорциональна глубине столба воды. При увеличении уровня на Δh прирост силы составляет

$$\Delta F_{\text{дно}} = \rho_{\text{в}} g S \Delta h.$$

Для первого сумоиста с $\Delta h_1 = \frac{V_1}{S}$ получаем

$$\Delta F_{\text{дно}} = \rho_{\text{в}} g V_1 = \rho_{\text{в}} g \frac{m_1}{\rho_{\text{с}}}.$$

5. **Сила, с которой полностью погружённый сумоист действует на бочку.** Для покоя полностью погружённого тела необходимо, чтобы сумма сил, действующих на тело, равнялась нулю: архимедова сила $F_A = \rho_{\text{в}} g V$ направлена вверх, сила тяжести mg — вниз, а чтобы не всплывать, человек тянется за выступ вниз с силой F_{hold} . Из равновесия по вертикали получаем

$$F_A = mg + F_{\text{hold}} \quad \Rightarrow \quad F_{\text{hold}} = F_A - mg = \rho_{\text{в}} g \frac{m}{\rho_{\text{с}}} - mg = g m \left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{с}}} - 1 \right).$$

Итак,

$$F_{\text{hold}} = g m \left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{с}}} - 1 \right).$$

Для двух сумоистов находим

$$F_{\text{sum}} = F_{\text{hold},1} + F_{\text{hold},2} = g(m_1 + m_2) \left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{с}}} - 1 \right).$$

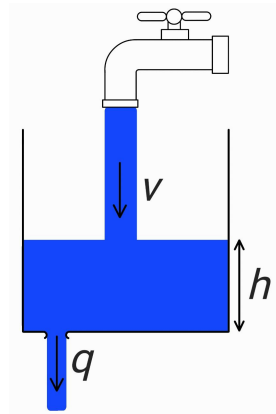
Отсюда получаем отношение сил двух сумоистов:

$$\frac{F_{\text{hold},2}}{F_{\text{hold},1}} = \frac{m_2}{m_1} \quad \left(\text{так как множитель } \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{с}}} - 1 \text{ общий} \right).$$

Вытекающая вода (10 баллов)

В вертикальный цилиндрический сосуд с площадью поперечного сечения $S = 0,024 \text{ м}^2$ по трубе поступает вода с плотностью $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ и скоростью $v = 2,0 \text{ м/с}$. Через малое отверстие в дне вода вытекает, причём объёмный расход q зависит от разности давлений у дна и у поверхности воды ΔP по закону $q = \alpha \Delta P$, $\alpha = 3,0 \frac{\text{см}^3}{\text{с} \cdot \text{Па}}$. В изначально пустом сосуде уровень воды начинает подниматься со скоростью $w_0 = 0,060 \text{ м/с}$. Ускорение свободного падения составляет $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

Объёмный расход воды через отверстие — это объём воды, протекающий через отверстие за единицу времени.



8. Определите площадь сечения трубы $S_{\text{тр}}$. Ответ выразите в см^2 , округлив до сотых. (2 балла)
9. До какой максимальной высоты h_{max} может подняться вода в сосуде? Ответ выразите в см, округлив до сотых. (2 балла)
10. С какой скоростью поднимается уровень воды в тот момент, когда высота уровня в два раза меньше максимальной высоты h_{max} ? Ответ выразите в см/с , округлив до сотых. (2 балла)

Пусть теперь изначально пустой сосуд движется вертикально вниз со скоростью $u = 0,40 \text{ м/с}$.

11. С какой скоростью w'_0 начнёт подниматься уровень воды, когда вода из трубы достигнет дна сосуда? Ответ выразите в см/с , округлив до сотых долей. (2 балла)
12. До какой максимальной высоты h'_{max} может подняться вода в этом случае? Ответ выразите в см, округлив до сотых долей. (2 балла)

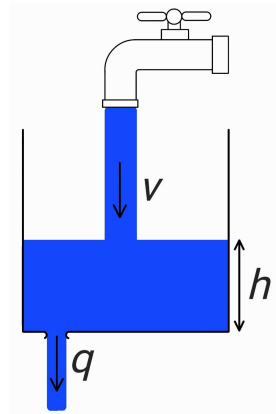
Ответы: 8) $S_{\text{тр}} = 7,20 \text{ см}^2$; 9) $h_{\text{max}} = 4,90 \text{ см}$; 10) $w = 3,00 \text{ см/с}$;

11) $w'_0 = 4,80 \text{ см/с}$; 12) $h'_{\text{max}} = 3,92 \text{ см}$.

Вытекающая вода (10 баллов)

В вертикальный цилиндрический сосуд с площадью поперечного сечения $S = 0,025 \text{ м}^2$ по трубе поступает вода с плотностью $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ и скоростью $v = 1,6 \text{ м/с}$. Через малое отверстие в дне вода вытекает, причём объёмный расход q зависит от разности давлений у дна и у поверхности воды ΔP по закону $q = \alpha \Delta P$, $\alpha = 4,0 \frac{\text{см}^3}{\text{с} \cdot \text{Па}}$. В изначально пустом сосуде уровень воды начинает подниматься со скоростью $w_0 = 0,050 \text{ м/с}$. Ускорение свободного падения составляет $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

Объёмный расход воды через отверстие — это объём воды, протекающий через отверстие за единицу времени.



8. Определите площадь сечения трубы $S_{\text{тр}}$. Ответ выразите в см^2 , округлив до сотых долей. (2 балла)
9. До какой максимальной высоты h_{max} может подняться вода в сосуде? Ответ выразите в см, округлив до сотых долей. (2 балла)
10. С какой скоростью поднимается уровень воды в тот момент, когда высота уровня в два раза меньше максимальной высоты h_{max} ? Ответ выразите в см/с , округлив до сотых долей. (2 балла)

Пусть теперь изначально пустой сосуд движется вертикально вниз со скоростью $u = 0,40 \text{ м/с}$.

11. С какой скоростью w'_0 начнёт подниматься уровень воды, когда вода из трубы достигнет дна сосуда? Ответ выразите в см/с , округлив до сотых долей. (2 балла)
12. До какой максимальной высоты h'_{max} может подняться вода в этом случае? Ответ выразите в см, округлив до сотых долей. (2 балла)

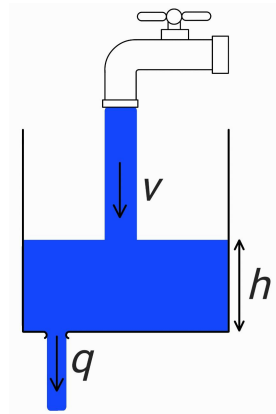
Ответы: 8) $S_{\text{тр}} = 7,81 \text{ см}^2$; 9) $h_{\text{max}} = 3,19 \text{ см}$; 10) $w = 2,50 \text{ см/с}$;

11) $w'_0 = 3,75 \text{ см/с}$; 12) $h'_{\text{max}} = 2,39 \text{ см}$.

Вытекающая вода (10 баллов)

В вертикальный цилиндрический сосуд с площадью поперечного сечения $S = 0,020 \text{ м}^2$ по трубе поступает вода с плотностью $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ и скоростью $v = 2,4 \text{ м/с}$. Через малое отверстие в дне вода вытекает, причём объёмный расход q зависит от разности давлений у дна и у поверхности воды ΔP по закону $q = \alpha \Delta P$, $\alpha = 3,6 \frac{\text{см}^3}{\text{с} \cdot \text{Па}}$. В изначально пустом сосуде уровень воды начинает подниматься со скоростью $w_0 = 0,054 \text{ м/с}$. Ускорение свободного падения $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

Объёмный расход воды через отверстие — это объём воды, протекающий через отверстие за единицу времени.



8. Определите площадь сечения трубы $S_{\text{тр}}$. Ответ выразите в см^2 , округлив до сотых долей. (2 балла)
9. До какой максимальной высоты h_{max} может подняться вода в сосуде? Ответ выразите в см, округлив до сотых долей. (2 балла)
10. С какой скоростью поднимается уровень воды в тот момент, когда высота уровня в два раза меньше максимальной высоты h_{max} ? Ответ выразите в см/с , округлив до сотых долей. (2 балла)

Пусть теперь изначально пустой сосуд движется вертикально вниз со скоростью $u = 0,60 \text{ м/с}$.

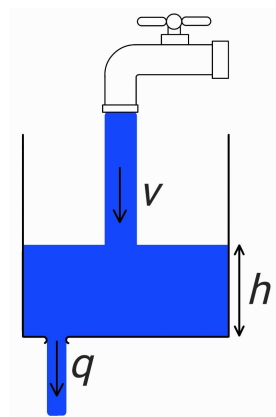
11. С какой скоростью w'_0 начнёт подниматься уровень воды, когда вода из трубы достигнет дна сосуда? Ответ выразите в см/с , округлив до сотых долей. (2 балла)
12. До какой максимальной высоты h'_{max} может подняться вода в этом случае? Ответ выразите в см, округлив до сотых долей. (2 балла)

Ответы: 8) $S_{\text{тр}} = 4,50 \text{ см}^2$; 9) $h_{\text{max}} = 3,06 \text{ см}$; 10) $w = 2,70 \text{ см/с}$;
11) $w'_0 = 4,05 \text{ см/с}$; 12) $h'_{\text{max}} = 2,30 \text{ см}$.

Вытекающая вода (10 баллов)

В вертикальный цилиндрический сосуд с площадью поперечного сечения $S = 0,022 \text{ м}^2$ по трубе поступает вода с плотностью $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ и скоростью $v = 1,8 \text{ м/с}$. Через малое отверстие в дне вода вытекает, причём объёмный расход q зависит от разности давлений у дна и у поверхности воды ΔP по закону $q = \alpha \Delta P$, $\alpha = 3,8 \frac{\text{см}^3}{\text{с} \cdot \text{Па}}$. В изначально пустом сосуде уровень воды начинает подниматься со скоростью $w_0 = 0,0580 \text{ м/с}$. Ускорение свободного падения составляет $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

Объёмный расход воды через отверстие — это объём воды, протекающий через отверстие за единицу времени.



8. Определите площадь сечения трубы $S_{\text{тр}}$. Ответ выразите в см^2 , округлив до сотых долей. (2 балла)
9. До какой максимальной высоты h_{max} может подняться вода в сосуде? Ответ выразите в см, округлив до сотых долей. (2 балла)
10. С какой скоростью поднимается уровень воды в тот момент, когда высота уровня в два раза меньше максимальной высоты h_{max} ? Ответ выразите в см/с, округлив до сотых долей. (2 балла)

Пусть теперь изначально пустой сосуд движется вертикально вниз со скоростью $u = 0,36 \text{ м/с}$.

11. С какой скоростью w'_0 начнёт подниматься уровень воды, когда вода из трубы достигнет дна сосуда? Ответ выразите в см/с, округлив до сотых долей. (2 балла)
12. До какой максимальной высоты h'_{max} может подняться вода в этом случае? Ответ выразите в см, округлив до сотых долей. (2 балла)

Ответы: 8) $S_{\text{тр}} = 7.09 \text{ см}^2$; 9) $h_{\text{max}} = 3.43 \text{ см}$; 10) $w = 2.90 \text{ см/с}$;

11) $w'_0 = 4.64 \text{ см/с}$; 12. $h'_{\text{max}} = 2.74 \text{ см}$.

Вытекающая вода (типовое решение для всей группы задач)

Вертикальный цилиндрический сосуд площадью сечения S наполняется из трубы: скорость струи равна v , площадь сечения трубы равна $S_{\text{тр}}$. Через маленькое отверстие в дне вода вытекает: объёмный расход составляет

$$q_{\text{вых}} = \alpha \Delta P, \quad \Delta P = \rho g h,$$

где h — высота уровня воды, ρ — плотность воды, g — ускорение свободного падения. Уровень меняется со скоростью $w = \frac{dh}{dt}$. В пустом сосуде начальная скорость роста уровня w_0 берётся при $h = 0$.

Уникальные вопросы, встречающиеся в задачах

1. Площадь сечения трубы $S_{\text{тр}}$ (по заданным S , v , w_0). Ответ в см^2 , округление согласно указанию.
2. Максимальная высота h_{max} (установившийся уровень). Ответ в см , округление согласно указанию.
3. Скорость роста уровня w при $h = \frac{h_{\text{max}}}{2}$. Ответ в см/с , округление согласно указанию.
4. Если сосуд движется вниз с постоянной скоростью u : начальная скорость роста w'_0 . Ответ в см/с , округление согласно указанию.
5. Если сосуд движется вниз с постоянной скоростью u : новая максимальная высота h'_{max} . Ответ в см , округление согласно указанию.

Решение

1. **Найдём приток и $S_{\text{тр}}$.** При $h = 0$ оттока нет, значит,

$$q_{\text{вх}} = w_0 S.$$

Но по определению $q_{\text{вх}} = S_{\text{тр}} v$. Следовательно,

$$S_{\text{тр}} = \frac{q_{\text{вх}}}{v} = \frac{w_0 S}{v}.$$

Для ответа в см^2 : умножьте результат в м^2 на 10^4 .

2. **Максимальная высота (стационар).** В установившемся режиме $q_{\text{вх}} = q_{\text{вых}} = \alpha \rho g h_{\text{max}}$, следовательно

$$h_{\text{max}} = \frac{q_{\text{вх}}}{\alpha \rho g} = \frac{w_0 S}{\alpha \rho g}.$$

3. **Скорость при частичном заполнении**

При текущей высоте h имеем

$$w(h) = \frac{q_{\text{вх}} - \alpha \rho g h}{S} = w_0 \left(1 - \frac{h}{h_{\text{max}}} \right).$$

В частности, при $h = \frac{h_{\max}}{2}$:

$$w\left(\frac{h_{\max}}{2}\right) = \frac{w_0}{2}.$$

4. Сосуд движется вниз с постоянной скоростью u : начальная скорость роста

В системе сосуда скорость притока уменьшается до $v - u$, поэтому

$$q'_{\text{вх}} = S_{\text{тр}}(v - u) = q_{\text{вх}}\left(1 - \frac{u}{v}\right), \quad w'_0 = w_0\left(1 - \frac{u}{v}\right).$$

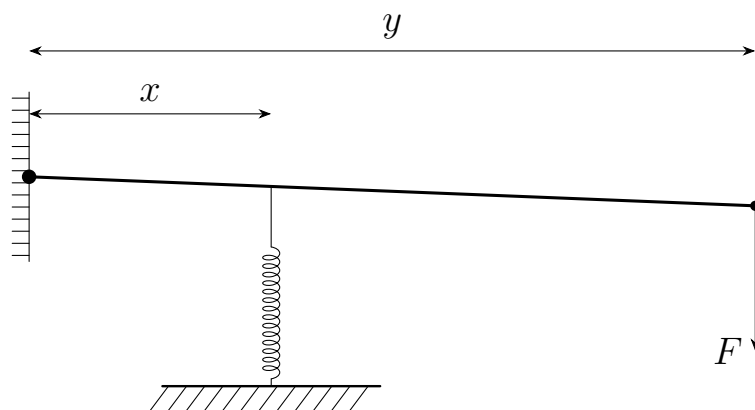
5. Сосуд движется вниз: новый стационарный уровень

В установившемся режиме при движении сосуда

$$\alpha \rho g h'_{\max} = q'_{\text{вх}} = q_{\text{вх}}\left(1 - \frac{u}{v}\right) \Rightarrow h'_{\max} = h_{\max}\left(1 - \frac{u}{v}\right).$$

Стенд для испытания пружин (10 баллов)

Когда механик массой $m = 75$ кг садится в автомобиль, суммарное дополнительное сжатие четырёх одинаковых автомобильных пружин под действием его веса составляет $d = 2,4$ см. Механик извлёк одну пружину и установил её в стенд для испытания пружин (см. рисунок). Стенд представляет собой лёгкий рычаг длиной $y = 60$ см, который шарнирно прикреплен к стене. Под рычагом на расстоянии $x = 6$ см от стены механик разместил пружину, а к свободному концу рычага приложил вертикально вниз силу F . В ходе испытания пружина в стенде сжалась на $z = 0,4$ см. Пружина и смещение конца рычага вертикальны. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

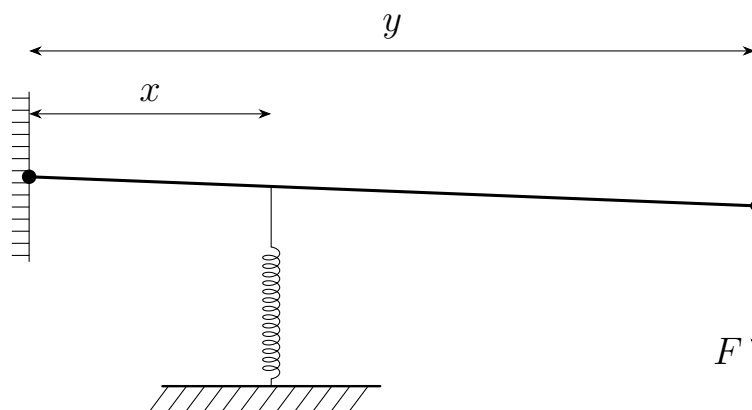


13. Определите коэффициент жёсткости пружины k . Ответ выразите в кН/м, округлив до сотых долей. (3 балла)
14. На какое расстояние в ходе испытания сместился свободный конец рычага? Ответ выразите в см, округлив до десятых долей. (2 балла)
15. Определите величину силы F . Ответ выразите в ньютонах, округлив до целого числа. (2 балла)
16. Механик планирует модернизировать стенд, передвинув пружину на $\Delta x = 1,7$ см ближе к стене. Каким будет вертикальное смещение свободного конца рычага в модернизированном стенде при приложении к нему прежней вертикальной силы F ? Ответ выразите в метрах, округлив до сотых долей. (3 балла)

Ответы: 13) 31,25 кН/м; 14) 4,0 см; 15) 13 Н; 16) 0,08 м.

Стенд для испытания пружин (10 баллов)

Когда механик массой $m = 70$ кг садится в автомобиль, суммарное дополнительное сжатие четырёх одинаковых автомобильных пружин под действием его веса составляет $d = 14$ см. Механик извлёк одну пружину и установил её в стенд для испытания пружин (см. рисунок). Стенд представляет собой лёгкий рычаг длиной $y = 150$ см, который шарнирно прикреплен к стене. Под рычагом на расстоянии $x = 20$ см от стены механик разместил пружину, а к свободному концу рычага приложил вертикально вниз силу F . В ходе испытания пружина в стенде сжалась на $z = 1,5$ см. Пружина и смещение конца рычага вертикальны. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².

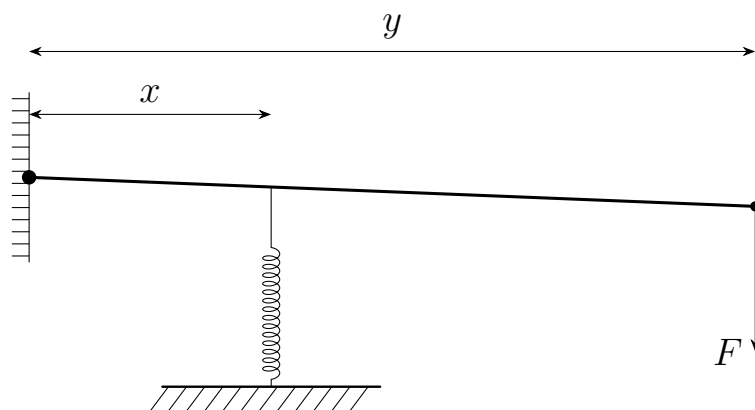


13. Определите коэффициент жёсткости k пружины. Ответ выразите в Н/м, округлив до целого числа. (3 балла)
14. На какое расстояние в ходе испытания сместился свободный конец рычага? Ответ выразите в мм, округлив до десятых долей. (2 балла)
15. Определите величину силы F . Ответ выразите в ньютонах, округлив до целого числа. (2 балла)
16. Механик планирует модернизировать стенд, передвинув пружину на $\Delta x = 3,0$ см дальше от стены. Каким будет вертикальное смещение свободного конца рычага в модернизированном стенде при приложении к нему прежней вертикальной силы F ? Ответ выразите в см, округлив до целого числа. (3 балла)

Ответы: 13) 5000 Н/м; 14) 112,5 мм; 15) 10 Н; 16) 9 см.

Стенд для испытания пружин (10 баллов)

Когда механик садится в автомобиль, суммарное дополнительное сжатие четырёх одинаковых автомобильных пружин под действием его веса составляет $d = 16$ см. Механик извлёк одну пружину и установил её в стенд для испытания пружин (см. рисунок). Стенд представляет собой лёгкий рычаг длиной $y = 200$ см, который шарнирно прикреплен к стене. Под рычагом на расстоянии $x = 15$ см от стены механик разместил пружину, а к свободному концу рычага приложил вертикально вниз силу F . В ходе испытания пружина в стенде сжалась на $z = 1,5$ см. Коэффициент жесткости каждой пружины $k = 6 \cdot 10^3$ Н/м. Пружина и смещение конца рычага вертикальны. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².

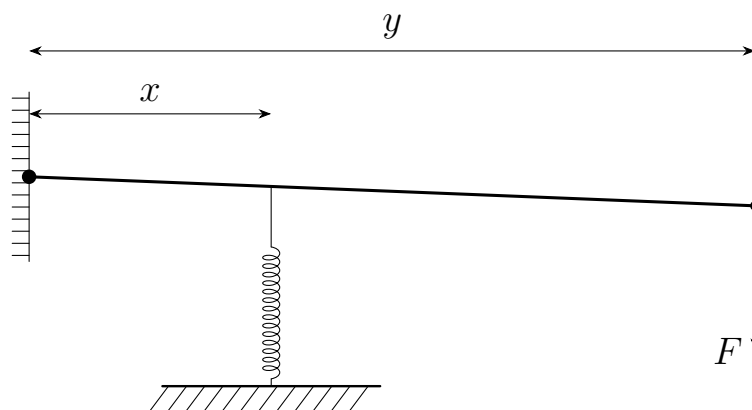


13. Определите массу механика m . Ответ выразите в килограммах, округлив до целого числа. (3 балла)
14. На какое расстояние в ходе испытания сместился свободный конец рычага? Ответ выразите в см, округлив до целого числа. (2 балла)
15. Определите величину силы F . Ответ выразите в ньютонах, округлив до десятых долей. (2 балла)
16. Механик планирует модернизировать стенд, передвинув пружину на $\Delta x = 2,0$ см ближе к стене. Каким будет вертикальное смещение свободного конца рычага в модернизированном стенде при приложении к нему прежней вертикальной силы F ? Ответ выразите в метрах, округлив до сотых долей. (3 балла)

Ответы: 13) 96 кг; 14) 20 см; 15) 6,8 Н; 16) 0,27 м.

Стенд для испытания пружин (10 баллов)

Когда механик массой $m = 90$ кг садится в автомобиль, суммарное дополнительное сжатие четырёх одинаковых автомобильных пружин под действием его веса составляет $d = 20$ см. Механик извлёк одну пружину и установил её в стенд для испытания пружин (см. рисунок). Стенд представляет собой лёгкий рычаг длиной $y = 180$ см, который шарнирно прикреплен к стене. Под рычагом на расстоянии $x = 10$ см от стены механик разместил пружину, а к свободному концу рычага приложил вертикально вниз силу F . В ходе испытания пружина в стенде сжалась на $z = 1,2$ см. Пружина и смещение конца рычага вертикальны. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².

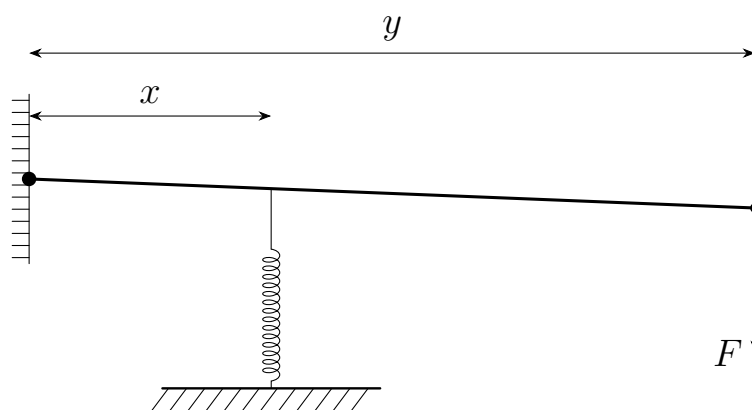


13. Определите коэффициент жёсткости k пружины. Ответ выразите в Н/м, округлив до целого числа. (3 балла)
14. На какое расстояние в ходе испытания сместился свободный конец рычага? Ответ выразите в метрах, округлив до тысячных долей. (2 балла)
15. Определите величину силы F . Ответ выразите в ньютонах, округлив до десятых долей. (2 балла)
16. Механик планирует модернизировать стенд, передвинув пружину на $\Delta x = 3,0$ см дальше от стены. Каким будет вертикальное смещение свободного конца рычага в модернизированном стенде при приложении к нему прежней вертикальной силы F ? Ответ выразите в метрах, округлив до сотых долей. (3 балла)

Ответы: 13) 4500 Н/м; 14) 0,216 м; 15) 3,0 Н; 16) 0,13 м.

Стенд для испытания пружин (10 баллов)

Когда механик садится в автомобиль, суммарное дополнительное сжатие четырёх одинаковых автомобильных пружин под действием его веса составляет $d = 2,4$ см. Коэффициент жёсткости каждой пружины составляет $k = 31,25$ кН/м. Механик извлёк одну пружину и установил её в стенд для испытания пружин (см. рисунок). Стенд представляет собой лёгкий рычаг длиной $y = 220$ см, который шарнирно прикреплен к стене. Под рычагом на расстоянии $x = 12$ см от стены механик разместил пружину, а к свободному концу рычага приложил вертикально вниз силу F . В ходе испытания пружина в стенде сжалась на $z = 1,2$ см. Пружина и смещение конца рычага вертикальны. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².



13. Определите массу механика m . Ответ выразите в килограммах, округлив до целого числа. (3 балла)
14. На какое расстояние в ходе испытания сместился свободный конец рычага? Ответ выразите в метрах, округлив до сотых долей. (2 балла)
15. Определите величину силы F . Ответ выразите в ньютонах, округлив до сотых долей. (2 балла)
16. Механик планирует модернизировать стенд, передвинув пружину на $\Delta x = 2,0$ см ближе к стене. Каким будет вертикальное смещение свободного конца рычага в модернизированном стенде при приложении к нему прежней вертикальной силы F ? Ответ выразите в метрах, округлив до сотых долей. (3 балла)

Ответы: 13) 75 кг; 14) 0,22 м; 15) 20,45 Н; 16) 0,32 м.

Стенд для испытания пружин (типовое решение данной группы задач)

Уникальные вопросы, встречающиеся в задачах

1. По «проседанию» автомобиля на d найти жёсткость одной пружины k (или наоборот — по k найти массу механика m).
2. Найти вертикальное смещение свободного конца рычага Δ при сжатии пружины на z .
3. Найти силу F , приложенную к свободному концу рычага.
4. Как изменится Δ , если переставить пружину на расстояние x' от шарнира (вариант: «ближе к стене» / «дальше от стены») при той же силе F .

Решение

1. Жёсткость одной пружины или масса механика

При посадке автомобиля 4 одинаковые пружины сжимаются суммарно на d , суммарное сжатие составляет $x_{\text{авто}} = d/4$. Вес механика уравнивается суммарной силой упругости:

$$mg = 4k x_{\text{авто}} = k d.$$

Отсюда получаем

$$R_1 : \quad k = \frac{mg}{d} \quad (\text{Н/м}) \quad \text{или} \quad R'_1 : \quad m = \frac{k d}{g} \quad (\text{кг}).$$

2. Смещение свободного конца рычага

Геометрия рычага при малых углах: вертикальные перемещения пропорциональны плечам (один и тот же малый поворот):

$$R_2 : \quad \Delta = \frac{y}{x} z.$$

3. Сила на конце рычага

Для равновесия необходимо равенство моментов сил относительно шарнира: (момент силы F равен моменту упругой силы kz):

$$R_3 : \quad F y = (kz) x \implies F = \frac{kzx}{y}.$$

Используя удобную форму через Δ (подставляем $z = \frac{x}{y} \Delta$), получаем

$$R'_3 : \quad F = k \Delta \frac{x^2}{y^2}.$$

Если в п.1 найдено k из m, d , можно сразу писать $F = \frac{mg}{d} \frac{zx}{y}$.

4. Перестановка пружины при той же силе F

Из формулы $F = k \Delta \frac{x^2}{y^2}$ при фиксированных F, k, y следует, что

$$\Delta = \frac{F y^2}{k x^2} \Rightarrow R_4 : \Delta' = \Delta \left(\frac{x}{x'} \right)^2.$$

Для формулировок из условия получаем

$$\text{«ближе к стене» : } x' = x - \Delta x; \quad \text{«дальше от стены» : } x' = x + \Delta x.$$