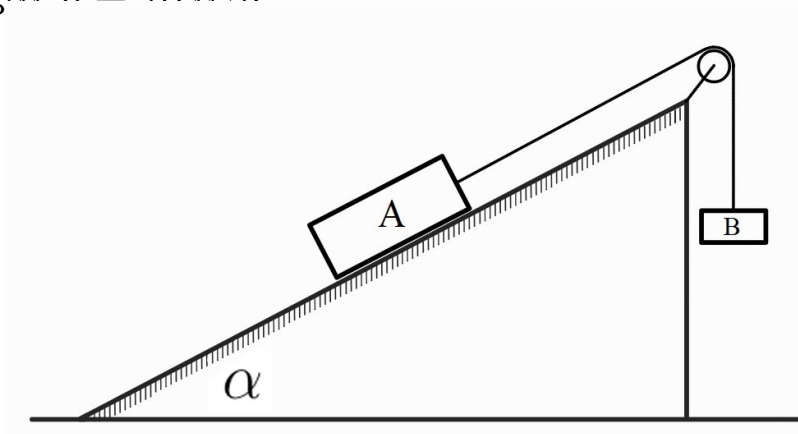


## КРИТЕРИИ И РЕШЕНИЯ

**Два тела на наклонной плоскости (10 баллов)**

На наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha = 25^\circ$  с горизонтом, покоится брусок  $A$  массой  $m_A = 1,8$  кг. К бруску прикреплена лёгкая нерастяжимая нить, перекинутая через невесомый идеальный блок, закреплённый на вершине плоскости. На другом конце нити подвешен груз  $B$  массой  $m_B = 2,3$  кг. Коэффициент трения скольжения между бруском  $A$  и плоскостью равен  $\mu = 0,15$ . Систему отпускают из состояния покоя (см. рисунок). Ускорение свободного падения примите равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

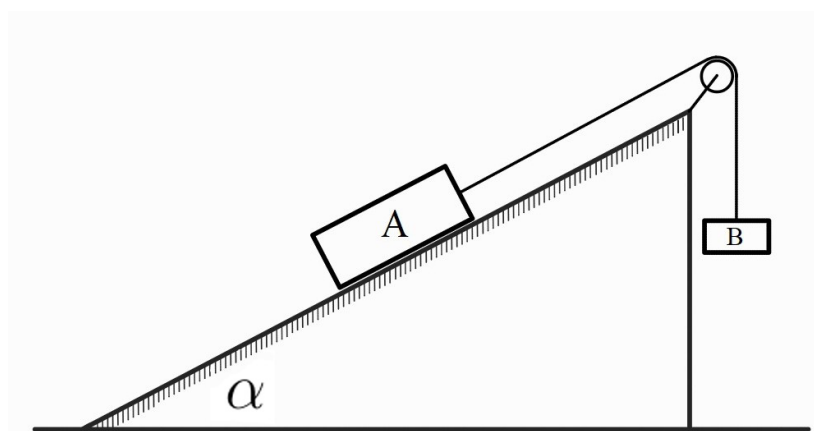


1. Определите величину ускорения, с которым движется груз  $B$ . Ответ выразите в  $\text{м/с}^2$ , округлив до сотых долей. (3 балла)
2. Найдите силу натяжения нити. Ответ выразите в ньютонах, округлив до десятых долей. (2 балла)
3. Какой путь пройдёт груз  $B$  за первые  $t = 0,80$  с движения? Ответ выразите в метрах, округлив до сотых долей. (2 балла)
4. Определите минимальный коэффициент трения  $\mu_{\min}$  между бруском  $A$  и плоскостью, при котором система сохранила бы состояние покоя. Ответ округлите до сотых долей. (3 балла)

**Ответы:** 1)  $3,16 \text{ м/с}^2$ ; 2)  $15,7 \text{ Н}$ ; 3)  $1,01 \text{ м}$ ; 4)  $0,94$ .

## Два тела на наклонной плоскости (10 баллов)

На наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha = 35^\circ$  с горизонтом, может скользить брусок  $A$  массы  $m_A = 2,4$  кг. У вершины плоскости закреплён невесомый идеальный блок. К бруску прикреплена лёгкая нерастяжимая нить, перекинутая через блок; на другом конце нити подвешен груз  $B$  массы  $m_B = 3,0$  кг. Коэффициент трения скольжения между бруском  $A$  и плоскостью равен  $\mu = 0,22$ . Систему отпускают из состояния покоя (см. рисунок). Ускорение свободного падения примите равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

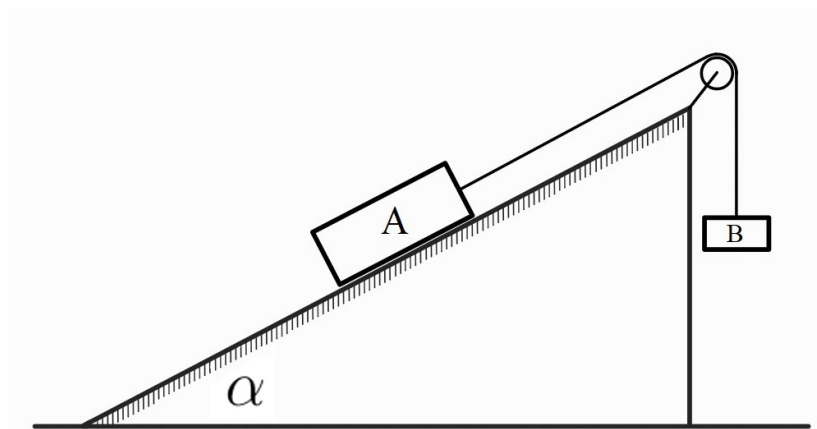


1. Определите величину ускорения, с которым движется груз  $B$ . Ответ выразите в м/с<sup>2</sup>, округлив до десятых долей. (3 балла)
2. Найдите силу натяжения нити. Ответ выразите в ньютонах, округлив до десятых долей. (2 балла)
3. Какой станет скорость груза  $B$ , когда он опустится на  $s = 1,20$  м? Ответ выразите в м/с, округлив до сотых долей. (3 балла)
4. Определите модуль работы силы трения, совершённой над бруском  $A$  при его перемещении на  $s = 1,20$  м вдоль плоскости. Ответ укажите в джоулях, округлив до сотых долей. (2 балла)

**Ответы:** 1)  $2,2$  м/с<sup>2</sup>; 2)  $23,4$  Н; 3)  $2,30$  м/с; 4)  $5,19$  Дж.

## Два тела на наклонной плоскости (10 баллов)

На наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha = 32^\circ$  с горизонтом, покоится брусок  $A$  массы  $m_A = 3,0$  кг. К бруску прикреплена лёгкая нерастяжимая нить, перекинутая через невесомый идеальный блок, закреплённый у вершины плоскости. На другом конце нити подвешен груз  $B$  массы  $m_B = 4,2$  кг. Коэффициент трения скольжения между бруском  $A$  и плоскостью равен  $\mu = 0,18$ . Систему отпускают из состояния покоя (см. рисунок). Ускорение свободного падения примите равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



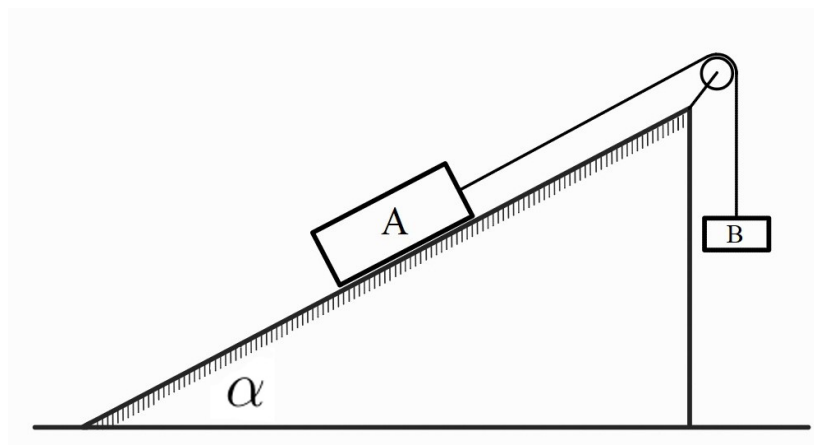
1. Определите величину ускорения, с которым движется груз  $B$ . Ответ выразите в м/с<sup>2</sup>, округлив до сотых долей. (3 балла)
2. Найдите силу натяжения нити. Ответ выразите в ньютонах, округлив до десятых долей. (2 балла)
3. Какова будет суммарная кинетическая энергия двух тел в тот момент, когда груз  $B$  опустится на  $s = 1,40$  м относительно начального положения? Ответ выразите в джоулях, округлив до десятых долей. (3 балла)
4. Рассчитайте модуль мгновенной мощности силы натяжения нити, действующей на груз  $B$ , в момент, когда груз  $B$  прошёл указанный путь  $s = 1,40$  м. Ответ выразите в ваттах, округлив до десятых долей. (2 балла)

**Ответы:** 1) 2,99 м/с<sup>2</sup>; 2) 29,4 Н; 3) 30,1 Дж; 4) 85,2 Вт.

## Два тела на наклонной плоскости (10 баллов)

На наклонной плоскости, образующей неизвестный угол  $\alpha$  с горизонтом, покоится брусок  $A$  массы  $m_A = 3,1$  кг. К нему привязана лёгкая нерастяжимая нить, перекинутая через невесомый идеальный блок, закреплённый у вершины плоскости. На другом конце нити подвешен груз  $B$  массы  $m_B = 3,8$  кг. Коэффициент трения скольжения между бруском  $A$  и плоскостью равен  $\mu = 0,20$ .

Экспериментально установлено, что после отпускания системы из состояния покоя груз  $B$  движется вниз с постоянным ускорением  $a = 2,20$  м/с<sup>2</sup>. Ускорение свободного падения примите равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup> (см. рисунок).



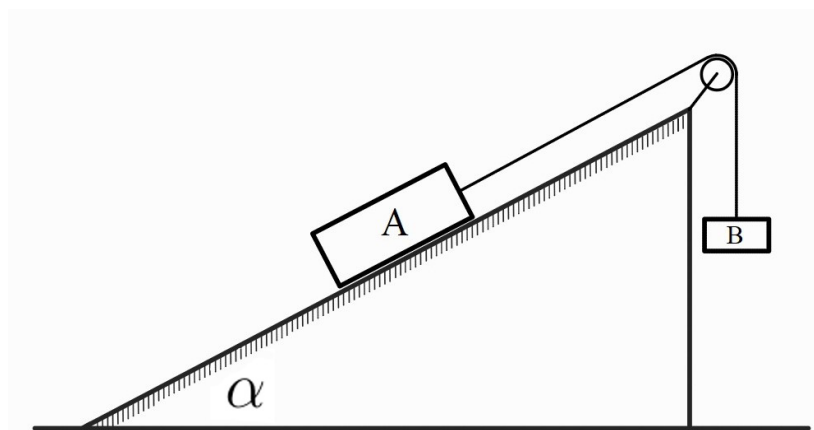
1. Определите угол наклона плоскости  $\alpha$ . Ответ дайте в градусах, округлив до десятых долей. (3 балла)
2. Рассчитайте силу натяжения нити. Ответ дайте в ньютонах, округлив до десятых долей. (2 балла)
3. На какое расстояние опустится груз  $B$  за первые  $t = 1,10$  с движения? Ответ дайте в метрах, округлив до сотых долей. (3 балла)
4. Определите модуль работы силы трения, совершённой над бруском  $A$  за время, указанное в пункте 3. Ответ укажите в джоулях, округлив до сотых долей. (2 балла)

**Ответы:** 1)  $34,9^\circ$ ; 2)  $29,6$  Н; 3)  $1,33$  м; 4)  $6,77$  Дж.

## Два тела на наклонной плоскости (10 баллов)

На наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha = 26^\circ$  с горизонтом, покоится брусок  $A$  массы  $m_A = 2,8$  кг. К бруску привязана лёгкая нерастяжимая нить, перекинутая через невесомый идеальный блок, закреплённый у вершины плоскости. На другом конце нити подвешен груз  $B$  неизвестной массы  $m_B$ . Коэффициент трения скольжения между бруском  $A$  и плоскостью равен  $\mu = 0,17$ .

В эксперименте установлено, что после отпускания системы из состояния покоя ускорение груза  $B$  остаётся постоянным и равно  $a = 1,95$  м/с<sup>2</sup> (груз  $B$  движется вниз). Ускорение свободного падения примите равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup> (см. рисунок).



1. Определите массу груза  $m_B$ . Ответ дайте в килограммах, округлив до сотых долей. (3 балла)
2. Найдите силу натяжения нити. Ответ дайте в ньютонах, округлив до десятых долей. (2 балла)
3. Какой станет скорость груза  $B$ , когда он опустится на  $s = 1,30$  м? Ответ дайте в м/с, округлив до сотых долей. (3 балла)
4. Определите модуль работы силы трения, совершённой над бруском  $A$  при его перемещении на  $s = 1,30$  м вдоль плоскости. Ответ укажите в джоулях, округлив до сотых долей. (2 балла)

**Ответы:** 1) 2,73 кг; 2) 22,0 Н; 3) 2,25 м/с; 4) 5,56 Дж.

# Типовое решение для сюжета «Два тела на наклонной плоскости»

## Уникальные вопросы, которые встречаются в данных задачах

1. Ускорение бруска или груза  $a$ .
2. Сила натяжения нити  $T$ .
3. Кинематика при постоянном  $a$ : путь за время  $t$ , скорость/энергия после смещения на  $s$ .
4. Работа силы трения над бруском  $A$ , реакция опоры  $N$ , мгновенная мощность  $P = T v$ .
5. «Порог покоя»: минимальный коэффициент трения  $\mu_{\min}$  для равновесия системы.
6. «Обратные» задачи: найти  $\alpha$ ,  $\mu$  или  $m_B$  по известному  $a$ .

## Модель и обозначения

Брусок  $A$  массой  $m_A$  на плоскости под углом  $\alpha$  к горизонту; подвес  $B$  массой  $m_B$  через невесомый блок и невесомую нерастяжимую нить. Трение скольжения между  $A$  и плоскостью с коэффициентом  $\mu$ . Ускорение свободного падения  $g$ . После отпускания из покоя брусок/груз движутся с постоянным по модулю ускорением.

Направление оси вдоль возможного перемещения выбираем так, чтобы для груза  $B$  направление «вниз» было положительным. Тогда брусок  $A$  движется «вверх по плоскости», а сила трения на  $A$  направлена «вниз по плоскости».

## Базовые уравнения (в проекциях)

Для  $A$  (направление вверх по плоскости):

$$T - m_A g \sin \alpha - \mu m_A g \cos \alpha = m_A a. \quad (1)$$

Для В (направление вниз):

$$m_B g - T = m_B a. \quad (2)$$

Складывая (1) и (2), получаем ускорение при движении В вниз:

$$a = g \frac{m_B - m_A (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{m_A + m_B}.$$

Сила натяжения удобнее всего выражается из (2):

$$T = m_B (g - a).$$

## Кинематика, энергия, мощность

При старте из покоя и постоянном  $a$  имеем

$$s = \frac{1}{2} a t^2, \quad v = a t, \quad v^2 = 2 a s.$$

Суммарная кинетическая энергия в любой момент (скорости тел равны по модулю):

$$K = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v^2.$$

Модуль работы силы трения на пути  $s$  вдоль плоскости:

$$|A_{\text{тр}}| = \mu m_A g \cos \alpha \cdot s.$$

Модуль мгновенной мощности натяжения (на груз В):

$$|P| = T v.$$

## Порог покоя (минимальный коэффициент трения)

Прежде чем считать ускорение, надо ответить на вопрос, придет ли система в движение. Если сила тяги не превосходит того, что может компенсировать трение покоя, возникающее у бруска, система может остаться в покое. Это и есть порог покоя.

1) Что сравниваем. Вдоль нити/плоскости сравниваем «несбалансированную» силу без трения и предельное значение, которое способно удержать брусок силами трения покоя:

$$\underbrace{\left| m_B g - m_A g \sin \alpha \right|}_{\text{кто «перетягивает» без трения}} \leq \underbrace{\mu m_A g \cos \alpha}_{\text{максимум трения покоя}}.$$

2) Формула для граничного значения. Из неравенства сразу получаем единственное пороговое значение:

$$\mu_{\min} = \frac{\left| \frac{m_B}{m_A} - \sin \alpha \right|}{\cos \alpha}.$$

Если  $\mu_s \geq \mu_{\min}$ , то система может покоиться (силы уравновешиваются статическим трением нужного направления). Если  $\mu_s < \mu_{\min}$ , то покой невозможен — начнётся движение.

Сила трения всегда направлена против возможного движения:

- если  $\frac{m_B}{m_A} > \sin \alpha$  (перевес у подвеса), без трения груз  $B$  пошёл бы вниз; трение на бруске направлено вниз по плоскости (тормозит этот срыв);
- если  $\frac{m_B}{m_A} < \sin \alpha$ , без трения брусок покатился бы вниз по плоскости; трение направлено вверх по плоскости.

## Обратные задачи (по измеренному ускорению)

1) Неизвестная масса груза  $m_B$  при заданных  $a, \alpha, \mu$ :

$$m_B = m_A \frac{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) + a}{g - a}.$$

2) Неизвестный коэффициент трения  $\mu$ :

$$\mu = \frac{m_B - \frac{a}{g}(m_A + m_B) - m_A \sin \alpha}{m_A \cos \alpha}.$$

3) Неизвестный угол  $\alpha$ : Из формулы на  $a$  получаем

$$\sin \alpha + \mu \cos \alpha = \frac{m_B g - (m_A + m_B)a}{m_A g} =: C.$$

Запишем  $\sin \alpha + \mu \cos \alpha = \sqrt{1 + \mu^2} \sin(\alpha + \varphi)$ , где  $\varphi = \operatorname{arctg} \mu$ . Тогда

$$\alpha = \arcsin \left( \frac{C}{\sqrt{1 + \mu^2}} \right) - \varphi$$

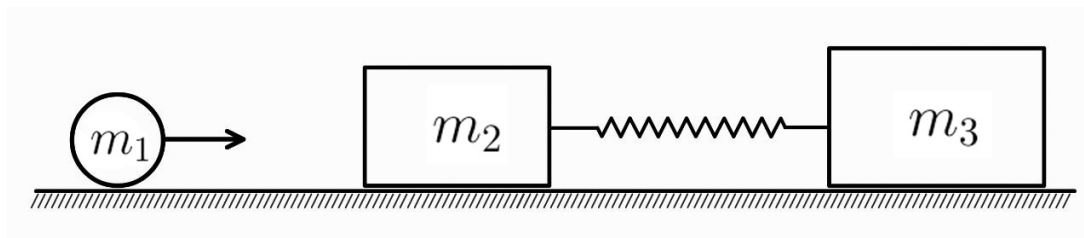
с учётом условия  $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$ .

## Неупругий удар (10 баллов)

На гладком горизонтальном столе покоятся два бруска: левый массой  $m_2 = 0,30$  кг, правый массой  $m_3 = 0,50$  кг. Бруски соединены идеальной пружиной жёсткостью  $k = 200$  Н/м.

Слева по столу без трения скользит снаряд массой  $m_1 = 0,20$  кг со скоростью  $v_0 = 4,0$  м/с и центральным абсолютно неупругим образом сталкивается с левым бруском. После удара система «снаряд + левый брусок» движется как единое целое.

5. Определите скорость  $u$  системы «снаряд + левый брусок» сразу после удара. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (2 балла)
6. Определите скорость правого бруска  $m_3$  в момент максимального сжатия пружины. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (2 балла)
7. Найдите максимальное сжатие пружины  $x_{\max}$ . Ответ выразите в см, округлив до десятых долей. (3 балла)
8. На сколько процентов уменьшилась механическая энергия системы при соударении? Дайте ответ в процентах, округлив до целого числа. (3 балла)

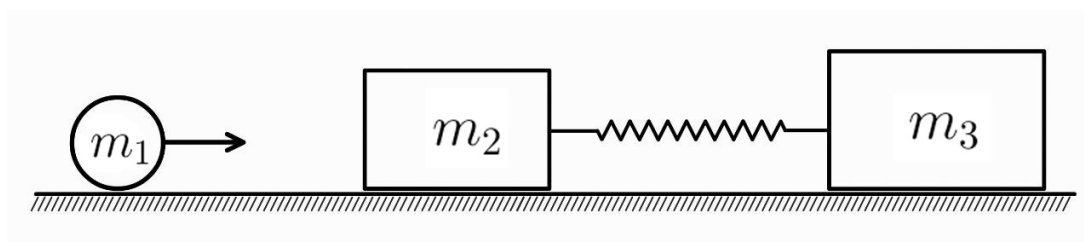


**Ответы:** 5) 1,6 м/с; 6) 0,8 м/с; 7) 5,7 см; 8) 60%.

## Неупругий удар (10 баллов)

На гладком горизонтальном столе покоятся два бруска: левый массой  $m_2 = 0,30$  кг, правый массой  $m_3$  (неизвестна). Бруски соединены идеальной пружиной жёсткостью  $k = 200$  Н/м. Слева движется снаряд массой  $m_1 = 0,20$  кг, который центральным абсолютно неупругим образом сталкивается с левым бруском; далее оба тела движутся как единое целое.

5. Скорость объединившихся тел массами  $m_1$  и  $m_2$  после удара оказалась равной  $u = 2,0$  м/с. Определите начальную скорость  $v_0$  снаряда. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (2 балла)
6. При максимальном сжатии пружины её деформация равна  $x_{\max} = 4,00$  см. Найдите массу правого бруска  $m_3$ . Ответ выразите в кг, округлив до сотых долей. (3 балла)
7. Определите скорость правого бруска  $m_3$  в момент максимального сжатия пружины. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (2 балла)
8. Какая доля кинетической энергии системы «снаряд + левый брусок» сразу после удара перешла в потенциальную энергию пружины к моменту её максимального сжатия? Ответ дайте в процентах, округлив до целого числа. (3 балла)

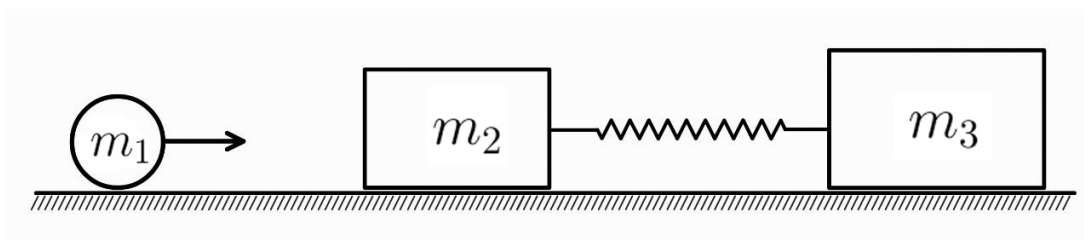


**Ответы:** 5) 5,0 м/с; 6) 0,10 кг; 7) 1,7 м/с; 8) 16%.

## Неупругий удар (10 баллов)

На гладкой горизонтальной поверхности покоятся два бруска: левый массой  $m_2 = 0,25$  кг, правый массой  $m_3 = 0,55$  кг. Они соединены идеальной пружиной жёсткостью  $k = 180$  Н/м. Слева движется снаряд массой  $m_1 = 0,20$  кг со скоростью  $v_0 = 3,5$  м/с, который центральным абсолютно неупругим образом сталкивается с левым бруском; после удара тела снаряд и левый брусок движутся как единое целое.

5. Определите скорость  $u$  системы «снаряд+левый брусок» сразу после удара. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (2 балла)
6. В некоторый момент скорость системы  $m_1+m_2$  равнялась  $1,0$  м/с. Найдите скорость правого бруска в этот момент. Ответ выразите в м/с, округлив до сотых долей. (3 балла)
7. Определите скорость снаряда в момент максимального сжатия пружины. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (2 балла)
8. Определите максимальное сжатие пружины  $x_{\max}$  после удара. Ответ выразите в сантиметрах, округлив до десятых долей. (3 балла)

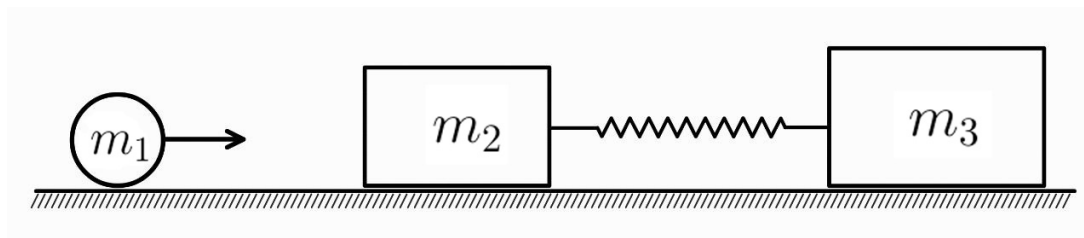


**Ответы:** 5)  $1,6$  м/с; 6)  $0,45$  м/с; 7)  $0,7$  м/с; 8)  $5,8$  см.

## Неупругий удар (10 баллов)

На гладком горизонтальном столе покоятся два бруска: левый массой  $m_2 = 0,40$  кг и правый массой  $m_3$  (неизвестна). Бруски соединены идеальной пружиной жёсткостью  $k = 250$  Н/м. Слева по столу движется снаряд массой  $m_1 = 0,25$  кг, который центрально абсолютно неупруго сталкивается с левым бруском. Максимальное сжатие пружины при дальнейшем движении оказалось равным  $x_{\max} = 7,0$  см.

5. После столкновения снаряд и левый брусок стали двигаться со скоростью  $u = 2,5$  м/с. Определите скорость  $v_0$  снаряда до удара. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (2 балла)
6. Найдите массу правого бруска  $m_3$ . Ответ выразите в кг, округлив до сотых долей. (3 балла)
7. Определите скорость правого бруска  $V$  в момент максимального сжатия пружины. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (3 балла)
8. Какая доля кинетической энергии системы «снаряд + левый брусок» сразу после удара перешла в потенциальную энергию пружины к моменту её максимального сжатия? Ответ выразите в процентах, округлив до целого числа. (2 балла)

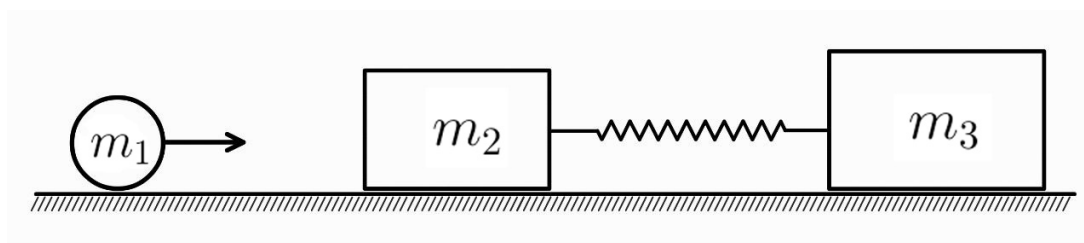


**Ответы:** 5) 6,5 м/с; 6) 0,28 кг; 7) 1,7 м/с; 8) 30%.

## Неупругий удар (10 баллов)

На гладком горизонтальном столе покоятся два бруска: левый массой  $m_2 = 0,45$  кг, правый массой  $m_3 = 0,55$  кг. Бруски соединены идеальной пружиной жёсткостью  $k = 160$  Н/м. Слева к левому бруску движется снаряд массой  $m_1 = 0,30$  кг со скоростью  $v_0 = 4,5$  м/с, который центрально абсолютно неупруго сталкивается с ним.

5. Какая доля начальной кинетической энергии снаряда стала кинетической энергией системы «снаряд + левый брусок» сразу после удара? Ответ выразите в процентах, округлив до целого числа. (2 балла)
6. Определите скорость правого бруска в момент максимального сжатия пружины. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (3 балла)
7. В некоторый момент скорость правого бруска составляла  $V_3 = 0,7$  м/с. Определите скорость системы «снаряд + левый брусок» в тот же момент. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (3 балла)
8. Определите максимальное сжатие пружины  $x_{\max}$  после удара. Ответ выразите в сантиметрах, округлив до десятых долей. (2 балла)



**Ответы:** 5) 40%; 6) 1,0 м/с; 7) 1,3 м/с; 8) 8,0 см.

# Типовое решение для сюжета «Неупругий удар»

## Уникальные вопросы, встречающиеся в данных задачах

1. Скорость объединённого левого тела сразу после удара  $u$ .
2. Скорость правого бруска в различные моменты (в том числе при максимальном сжатии).
3. Максимальное сжатие пружины  $x_{\max}$ .
4. Доли/потери механической энергии на каждом этапе.
5. Обратные задачи: определение  $m_3$  или  $v_0$  по измеренным  $u$ ,  $x_{\max}$ ,  $V$  и т. п.

## Модель и этапы

Стол гладкий, пружина идеальная. Слева летит снаряд массой  $m_1$  со скоростью  $v_0$ . Левый брусок имеет массу  $m_2$ , правый — массу  $m_3$ ; между ними имеется пружина жёсткости  $k$ . Удар абсолютно неупругий: снаряд слипается с левым бруском.

- **Этап 1 (удар):** полный импульс системы сохраняется.
- **Этап 2 (после удара → максимум сжатия):** по горизонтали внешние силы не действуют  $\Rightarrow$  полный импульс сохраняется ; трения нет  $\Rightarrow$  механическая энергия также сохраняется.
- В момент  $x_{\max}$  все три тела движутся с одной и той же скоростью  $V$

Обозначим  $m_L = m_1 + m_2$ ,  $M = m_1 + m_2 + m_3 = m_L + m_3$ .

1) Удар (сохранение импульса):

$$m_1 v_0 = m_L u \quad \Rightarrow \quad u = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_0.$$

2) После удара в любой момент:

$$m_L v_L + m_3 v_R = m_1 v_0 = m_L u \quad (\text{сохранение импульса}).$$

$$\frac{1}{2} m_L v_L^2 + \frac{1}{2} m_3 v_R^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m_L u^2 \quad (\text{сохранение энергии}).$$

3) В момент максимального сжатия  $x_{\max}$  (при общей скорости  $V$ ):

$$m_L u = M V \quad \Rightarrow \quad V = \frac{m_1}{M} v_0 = \frac{m_L}{M} u;$$

$$\frac{1}{2} m_L u^2 = \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} k x_{\max}^2 \quad \Rightarrow \quad x_{\max} = u \sqrt{\frac{m_L m_3}{k M}} = v_0 \frac{m_1}{\sqrt{k}} \sqrt{\frac{m_3}{m_L M}}.$$

## Энергетические доли

- Потеря энергии на ударе (снаряд  $\rightarrow$  «снаряд+левый брусок»):

$$\eta_{\text{пот}} = 1 - \frac{K_{\text{после}}}{K_{\text{до}}} = 1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (\text{в долях}).$$

- Доля  $K_{\text{после}}$ , перешедшая в пружину к  $x_{\max}$ :

$$\frac{E_{\text{пруж, max}}}{K_{\text{сразу}}} = \frac{\frac{1}{2} k x_{\max}^2}{\frac{1}{2} m_L u^2} = \frac{m_3}{M}.$$

## Ответы на некоторые задаваемые вопросы

скорость  $u$  сразу после удара :  $u = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_0.$

Скорость правого бруска при  $x_{\max}$  : скорости равны  $V = \frac{m_1}{M} v_0 = \frac{m_L}{M} u.$

**Максимальное сжатие:**  $x_{\max} = u \sqrt{\frac{m_L m_3}{k M}}$ . Если даны  $v_0$  и массы, можно подставить  $u = \frac{m_1 v_0}{m_L}$ .

**«Промежуточный момент»:** известна одна скорость . Всегда верно равенство  $m_L v_L + m_3 v_R = m_L u$ , следовательно

$$v_R = \frac{m_L(u - v_L)}{m_3}, \quad v_L = u - \frac{m_3}{m_L} v_R.$$

Если нужно найти ещё и  $x$  в этот момент, пишем закон сохранения энергии:

$$x = \sqrt{\frac{m_L(u^2 - v_L^2) - m_3 v_R^2}{k}}.$$

## Решения обратных задач

- По  $u$  и  $x_{\max}$  находим  $m_3$ :

$$m_3 = \frac{m_L^2 u^2}{m_L u^2 - k x_{\max}^2} - m_L.$$

- По  $u$  находим  $v_0$ :  $v_0 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} u$ .

- По  $V$  при  $x_{\max} = v_0 = \frac{M}{m_1} V$ .

## Цикл с линейным участком (10 баллов)

С одним молем идеального одноатомного газа совершают циклический процесс  $ABCD$ , состоящий из двух изохорных процессов  $AB$  и  $CD$ , изобарного процесса  $DA$  и процесса  $BC$ , в котором давление остаётся пропорциональным объёму ( $P = kV$ ). Объём газа в процессе  $AB$  равен 9 л, в процессе  $CD$  — 21 л, давление в процессе  $DA$  равно 30 кПа. Максимальное давление газа в цикле равно 210 кПа. Во всех расчётах используйте универсальную газовую постоянную  $R = 8,314 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$ .

9. Рассчитайте работу, совершённую газом на участке  $B \rightarrow C$ .  
Ответ выразите в кДж, округлив до сотых долей. (3 балла)
10. Найдите количество теплоты, отданное газом на участке  $C \rightarrow D$ . Ответ выразите в кДж, округлив до сотых долей.  
(3 балла)
11. Определите изменение внутренней энергии газа за полуцикл  $A \rightarrow B \rightarrow C$ . Ответ выразите в кДж, округлив до сотых долей.  
(2 балла)
12. Найдите температуру газа в состоянии  $C$ . Ответ выразите в К, округлив до целого числа. (2 балла)

**Ответы:** 9) 1,80 кДж; 10) 5,67 кДж 11) 6,21 кДж; 12) 530 К.

## Цикл с линейным участком (10 баллов)

С одним молем идеального одноатомного газа совершают циклический процесс  $ABCD A$ , состоящий из изобарного процесса  $AB$ , двух изохорных процессов  $BC$  и  $DA$  и процесса  $CD$ , в котором давление остаётся пропорциональным объёму ( $P = kV$ ). Давление в процессе  $AB$  равно 40 кПа. Объём газа в изохорных процессах  $BC$  и  $DA$  равен соответственно 24 л и 12 л. Максимальное давление газа в цикле равно 180 кПа. Во всех расчётах используйте универсальную газовую постоянную  $R = 8,314 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$ .

9. Найдите работу, совершённую над газом за цикл. Ответ выразите в кДж, округлив до сотых долей. (3 балла)
10. Найдите количество теплоты, полученное газом на участке  $A \rightarrow B$ . Ответ выразите в кДж, округлив до сотых долей. (3 балла)
11. Определите изменение внутренней энергии на участке  $C \rightarrow D \rightarrow A$ . Ответ выразите в кДж, округлив до сотых долей. (2 балла)
12. Найдите температуру газа в состоянии  $D$ . Ответ выразите в К, округлив до целого числа. (2 балла)

**Ответы:** 9) 1,14 кДж; 10) 1,20 кДж; 11) -5,76 кДж; 12) 130 К.

## Цикл с линейным участком (10 баллов)

С одним молем идеального одноатомного газа совершают циклический процесс  $ABCD$ , состоящий из двух изохорных процессов  $AB$  и  $CD$ , изобарного процесса  $DA$  и процесса  $BC$ , в котором давление остаётся пропорциональным объёму ( $P = kV$ ). Объёмы газа в изохорных процессах составляет:  $V_A = V_B = 10$  л и  $V_C = V_D = 22$  л; давление в изобарном процессе  $DA$  равно  $P_A = P_D = 90$  кПа. Во всех расчётах используйте универсальную газовую постоянную  $R = 8,314$  Дж/(моль·К).

Экспериментально установлено, что работа газа за один цикл составляет  $W_{\text{цикла}} = 1,80$  кДж.

9. Определите коэффициент  $k$ . Ответ выразите в кПа/л, округлив до сотых долей. (2 балла)
10. Найдите давление газа в состоянии  $B$ . Ответ выразите в кПа, округлив до целого числа. (2 балла)
11. Вычислите количество теплоты, подведённое к газу на участке  $A \rightarrow B$ . Ответ выразите в кДж, округлив до сотых долей. (3 балла)
12. Определите температуру газа в состоянии  $C$ . Ответ выразите в К, округлив до целого числа. (3 балла)

**Ответы:** 9) 15,00 кПа/л; 10) 150 кПа; 11) 0,90 кДж; 12) 873 К.

## Цикл с линейным участком (10 баллов)

С одним молем идеального одноатомного газа совершают циклический процесс  $ABCD A$ , состоящий из двух изохорных процессов  $AB$  и  $CD$ , изобарного процесса  $DA$  и процесса  $BC$ , в котором давление остаётся пропорциональным объёму ( $P = kV$ ). В изохорных процессах объёмы равны:  $V_A = V_B = 25$  л и  $V_C = V_D = 40$  л. В изобарном процессе  $DA$  давление равно  $P_A = P_D = 100$  кПа. Во всех расчётах используйте универсальную газовую постоянную  $R = 8,314$  Дж/(моль·К).

Измеренная работа газа за цикл составляет  $W_{\text{цикла}} = 1,43$  кДж.

9. Найдите коэффициент  $k$ . Ответ выразите в кПа/л, округлив до сотых долей. (3 балла)
10. Определите давление в состоянии  $B$ . Ответ выразите в кПа, округлив до целого числа. (2 балла)
11. Рассчитайте количество теплоты  $Q_{AB}$ , подведённое на участке  $A \rightarrow B$ . Ответ выразите в кДж, округлив до сотых долей. (3 балла)
12. Найдите КПД цикла. Ответ выразите в %, округлив до десятых долей. (2 балла)

**Ответы:** 9) 6,01 кПа/л; 10) 150 кПа; 11) 1,88 кДж; 12) 10,5 %.

## Цикл с линейным участком (10 баллов)

С одним молем идеального одноатомного газа совершают циклический процесс  $ABCD A$ , состоящий из двух изохорных процессов  $AB$  и  $CD$ , изобарного процесса  $DA$  и процесса  $BC$ , в котором давление остаётся пропорциональным объёму ( $P = kV$ ). В изохорных процессах объёмы равны  $V_A = V_B = 10$  л и  $V_C = V_D = 20$  л соответственно; в изобарном процессе  $DA$  давление равно 80 кПа; на участке  $BC$  давление прямо пропорционально объёму,  $P = kV$ , где  $k = 12$  кПа/л. Во всех расчётах используйте универсальную газовую постоянную  $R = 8,314$  Дж/(моль·К).

9. Вычислите работу, совершённую над газом на участке  $D \rightarrow A$ . Ответ выразите в кДж, округлив до сотых долей. (2 балла)
10. Определите отношение модуля работы на участке  $D \rightarrow A$  к полной работе за цикл. Ответ выразите в %, округлив до десятых долей. (2 балла)
11. Найдите модуль суммарного количества теплоты, отданного газом на участках  $C \rightarrow D \rightarrow A$ . Ответ выразите в кДж, округлив до сотых долей. (3 балла)
12. Вычислите отношение максимальной к минимальной температуры газа за цикл. Ответ округлите до сотых долей. (3 балла)

**Ответы:** 9) 0.80 кДж; 10) 80.0 %; 11) 6.80 кДж; 12) 6.00.

# Типовое решение для сюжета «Цикл с линейным участком»

## Уникальные вопросы, встречающиеся в задачах

1. Определение количества теплоты (полученное, отданное, на одном или нескольких участках)
2. Определение изменения внутренней энергии
3. Определение температуры в точках цикла (либо отношение)
4. Определение давления или объема газа
5. Определение параметров линейного процесса (коэффициент  $k$ )
6. Определение работы на участке цикла или КПД цикла

## Описание цикла и обозначения

Рассматривается цикл  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ : две изохоры ( $AB$  и  $CD$ ), одна изобара ( $DA$ ), и линейный участок  $BC$  вида  $P = kV$ . Обозначим объёмы изохор  $V_A = V_B$  и  $V_C = V_D$ , а давление изобары  $P_A = P_D$ . На участке  $BC$ :  $P_B = kV_B$ ,  $P_C = kV_C$ .

## Формулы для одноатомного газа

Для  $\nu = 1$  моль:  $U = \frac{3}{2}RT = \frac{3}{2}PV$ , а значит  $\Delta U = \frac{3}{2}\Delta(PV)$ .

- **Изохора** ( $V = \text{const}$ ):  $W = 0$ ,  $Q = \Delta U = \frac{3}{2}\Delta(PV)$ .
- **Изобара** ( $P = \text{const}$ ):  $W = P\Delta V$ ,  $\Delta U = \frac{3}{2}P\Delta V$ ,  $Q = \Delta U + W = \frac{5}{2}P\Delta V$ .

- **Линейный процесс**  $P = kV$ . Работа в процессе равна площади под его графиком, в данном случае это трапеция:

$$W_{BC} = \frac{k}{2}(V_C^2 - V_B^2) = \frac{P_B + P_C}{2}(V_C - V_B) = \frac{1}{2}(P_C V_C - P_B V_B).$$

Отсюда

$$\Delta U_{BC} = \frac{3}{2}(P_C V_C - P_B V_B), \quad Q_{BC} = \Delta U_{BC} + W_{BC} = 2(P_C V_C - P_B V_B)$$

## Работа за цикл, КПД, количества теплоты

$$W_{\text{цикла}} = W_{BC} + W_{DA} = \frac{P_B + P_C}{2}(V_C - V_B) + P_A(V_A - V_D).$$

(На изохорах  $AB$  и  $CD$  работа равна нулю.)

Поступившая теплота  $Q_{\text{подв}}$  идёт на участках  $AB$  (изохорный нагрев) и  $BC$  (рост  $PV$  по линейному закону):

$$Q_{AB} = \frac{3}{2}(P_B V_B - P_A V_A), \quad Q_{BC} = 2(P_C V_C - P_B V_B).$$

КПД:

$$\eta = \frac{W_{\text{цикла}}}{Q_{\text{подв}}} \times 100\%.$$

## Температуры в вершинах

Для  $\nu = 1$  моль:  $T = \frac{PV}{R}$ . Значит отношения температур — это просто отношения  $PV$ :

$$\frac{T_{\max}}{T_{\min}} = \frac{(PV)_{\max}}{(PV)_{\min}}.$$

## Решения «обратных» постановок вопросов

1) По работе цикла найти  $k$ . Так как  $P_B = kV_B$ ,  $P_C = kV_C$ ,

$$W_{\text{цикла}} = \frac{k}{2}(V_C^2 - V_B^2) + P_A(V_A - V_D) \Rightarrow k = \frac{2(W_{\text{цикла}} - P_A(V_A - V_D))}{V_C^2 - V_B^2}.$$

2) Давления на  $BC$  через  $k$ :

$$P_B = kV_B, \quad P_C = kV_C.$$

## Квадрат из зарядов (10 баллов)

В вакууме в вершинах  $A$ ,  $B$  и  $C$  квадрата  $ABCD$  со стороной  $a = 40,0$  см расположены три одинаковых точечных заряда  $q = +3,0$  мкКл. Потенциал на бесконечности принят равным нулю. Действием силы тяжести можно пренебречь. Коэффициент в законе Кулона равен  $k = 9,0 \cdot 10^9$  Н·м<sup>2</sup>

13. Найдите модуль напряжённости электрического поля  $|\vec{E}_O|$  в центре  $O$  квадрата. Ответ выразите в кВ/м, округлив до десятых долей. (3 балла)
14. В центр квадрата помещают точечный заряд  $q_0 = +1,2$  мкКл. Определите модуль силы, действующей на этот заряд. Ответ выразите в Н, округлив до сотых долей. (2 балла)
15. Какой заряд  $q_D$  нужно поместить в вершину  $D$ , чтобы потенциал в центре квадрата стал равен  $\varphi_O = 477$  кВ? Вклад собственного поля заряда  $q_0$  в потенциал не учитывайте. Ответ выразите в мкКл, округлив до сотых долей. (3 балла)
16. Чему будет равна потенциальная энергия  $U_O$  взаимодействия заряда  $q_0$  со всеми зарядами в вершинах квадрата после добавления заряда  $q_D$ ? Ответ выразите в Дж, округлив до сотых долей. (2 балла)

**Ответы:** 13) 337,5 кВ/м; 14) 0,41 Н; 15) +5,99 мкКл; 16) 0,57 Дж.

## Квадрат из зарядов (10 баллов)

В вакууме в вершинах  $A$ ,  $B$  и  $C$  квадрата  $ABCD$  со стороной  $a = 35,0$  см расположены три одинаковых точечных заряда  $q = -2,5$  мкКл. Потенциал на бесконечности принят равным нулю. Действием силы тяжести можно пренебречь. Коэффициент в законе Кулона равен  $k = 9,0 \cdot 10^9$  Н·м<sup>2</sup>

13. Определите модуль напряжённости электрического поля  $|\vec{E}_O|$  в центре  $O$  квадрата. Ответ выразите в кВ/м, округлив до десятых долей. (3 балла)
14. В центр квадрата помещают точечный заряд  $q_0 = +1,5$  мкКл. Найдите модуль силы, действующей на этот заряд. Ответ выразите в Н, округлив до сотых долей. (3 балла)
15. Какой заряд  $q_D$  нужно поместить в вершину  $D$ , чтобы потенциальная энергия взаимодействия центрального заряда  $q_0$  с четырьмя зарядами в вершинах квадрата стала равна нулю? Ответ выразите в мкКл, округлив до сотых долей. (2 балла)
16. Какую минимальную работу нужно будет совершить, чтобы перенести заряд  $q_0$  из центра квадрата в середину стороны  $CD$ , после добавления заряда  $q_D$ ? Ответ выразите в Дж, округлив до сотых долей. (2 балла)

**Ответы:** 13) 367,3 кВ/м; 14) 0,55 Н; 15) +7,50 мкКл; 16) 0,21 Дж.

## Квадрат из зарядов (10 баллов)

В вакууме в вершинах  $A$ ,  $B$  и  $C$  квадрата  $ABCD$  со стороной  $a = 30,0$  см расположены три одинаковых точечных заряда  $q = +3,0$  мкКл. Потенциал на бесконечности принят равным нулю. Действием силы тяжести можно пренебречь. Коэффициент в законе Кулона равен  $k = 9,0 \cdot 10^9$  Н·м<sup>2</sup>

13. Определите модуль напряжённости электрического поля  $|\vec{E}_O|$  в центре  $O$  квадрата. Ответ выразите в кВ/м, округлив до десятых долей. (3 балла)
14. В центр квадрата помещают точечную частицу с массой  $m_0 = 2$  г и зарядом  $q_0 = -1,0$  мкКл. Какую минимальную работу нужно будет совершить, чтобы перенести частицу на бесконечность? Ответ выразите в Дж, округлив до сотых долей. (3 балла)
15. Каково будет начальное ускорение частицы, находящейся в центре квадрата, если ее отпустить? Ответ выразите в м/с<sup>2</sup>, округлив до целого числа. (2 балла)
16. Определите модуль напряжённости электрического поля в середине стороны  $CD$ . Ответ выразите в кВ/м, округлив до десятых долей. (2 балла)

**Ответы:** 13) 600,0 кВ/м; 14) 0,38 Дж; 15) 300 м/с<sup>2</sup>; 16) 1274,4 кВ/м.

## Квадрат из зарядов (10 баллов)

В вакууме в вершинах  $A$ ,  $B$  и  $D$  квадрата  $ABCD$  со стороной  $a = 50,0$  см расположены три одинаковых точечных заряда  $q = +5,0$  мкКл, а в вершине  $C$  — неизвестный заряд  $q_C$ . Потенциал на бесконечности принят равным нулю. Действием силы тяжести можно пренебречь. Коэффициент в законе Кулона равен  $k = 9,0 \cdot 10^9$  Н·м<sup>2</sup>

Известно, что модуль напряжённости поля в центре квадрата равен

$E_O = 450$  кВ/м, а вектор напряжённости в этой точке направлен к вершине  $C$ .

13. Чему равен заряд  $q_C$ ?. Ответ выразите в мкКл, округлив до сотых долей. (3 балла)
14. Найдите потенциал  $\varphi_O$  в центре квадрата. Ответ выразите в кВ, округлив до целого числа. (2 балла)
15. В центр квадрата помещают точечный заряд  $q_0 = +2,0$  мкКл. Найдите модуль силы, действующей на него. Ответ выразите в Н, округлив до сотых долей. (2 балла)
16. Какую минимальную работу нужно будет совершить, чтобы перенести заряд  $q_0$  из центра квадрата на бесконечность? Ответ выразите в Дж, округлив до сотых долей. (3 балла)

**Ответы:** 13)  $-1,25$  мкКл; 14)  $350$  кВ; 15)  $0,90$  Н; 16)  $0,70$  Дж.

## Квадрат из зарядов (10 баллов)

В вершины  $A$ ,  $B$  и  $C$  квадрата  $ABCD$  со стороной  $a$  помещены 3 одинаковых точечных заряда  $q = +4,0$  мкКл. Потенциал на бесконечности принят равным нулю. Действием силы тяжести можно пренебречь. Коэффициент в законе Кулона равен  $k = 9,0 \cdot 10^9$  Н·м<sup>2</sup>

Известно, что модуль напряжённости электрического поля в центре квадрата  $O$  равен

$$|\vec{E}_O| = 500 \text{ кВ/м.}$$

13. Определите длину стороны квадрата  $a$ . Ответ выразите в сантиметрах, округлив до десятых долей. (3 балла)
14. В центр квадрата помещают точечный заряд  $q_0 = -0,8$  мкКл. Найдите модуль силы, действующей на этот заряд. Ответ выразите в Н, округлив до сотых долей. (2 балла)
15. Какой заряд  $q_D$  нужно поместить в вершину  $D$ , чтобы потенциал в центре квадрата стал равен  $\varphi_O = +200$  кВ? Вклад собственного поля заряда  $q_0$  в потенциал не учитывайте. Ответ выразите в мкКл, округлив до десятых долей. (3 балла)
16. Определите модуль силы, действующей на центральный заряд, после установки  $q_D$ . Ответ выразите в Н, округлив до десятых долей. (2 балла)

**Ответы:** 13) 37,9 см; 14) 0,40 Н; 15)  $-6,0$  мкКл; 16) 1,0 Н.

# Типовое решение для сюжета «Квадрат из зарядов»

## Уникальные вопросы, которые встречаются в данных задачах

1. Напряжённость в центре квадрата  $E_O$ .
2. Сила на центральный заряд  $F = |q_0| E_O$  и/или его ускорение  $a = \frac{F}{m_0}$ .
3. Потенциал в центре  $\varphi_O$  и потенциальная энергия  $U = q_0 \varphi_O$ .
4. Подбор заряда в четвёртой вершине  $q_D$  по заданному  $\varphi_O$  (или условию  $U = 0$ ).
5. «Обратные» задачи: нахождение неизвестной стороны  $a$  по известному  $E_O$ ; нахождение неизвестного углового заряда  $q_C$  по величине и направлению  $E_O$ .
6. Работа по переносу заряда: на бесконечность, в середину стороны и т. п.

## Модель и геометрия

Квадрат  $ABCD$  со стороной  $a$ , центр  $O$ . Расстояния:

$$r = \frac{a}{\sqrt{2}} \quad (\text{вершина} \rightarrow \text{центр}); \quad |MC| = |MD| = \frac{a}{2}, \quad |MA| = |MB| =$$

Используем принцип суперпозиции для напряженности и потенциала электрического поля.

## Базовые формулы (точечный заряд)

$$E = \frac{k|q|}{r^2}, \quad \varphi = \frac{kq}{r}, \quad F = |q_0| E, \quad U = q_0 \varphi, \quad A_{\min} = |q_0| |\Delta\varphi|.$$

## Поле и потенциал в центре при трёх одинаковых зарядах

Пусть три одинаковых заряда  $q$  расположены в соседних вершинах  $A, B, C$  (вершина  $D$  пустая). Тогда в центре

$$E_O = \frac{k|q|}{r^2} = \frac{2k|q|}{a^2} \quad (\text{вклад от } A \text{ и } C \text{ компенсируется}).$$

Направление: вектор  $\vec{E}_O$  направлен от занятой одинокой вершины к пустой вершине  $D$  при  $q > 0$  (и к пустой вершине при  $q < 0$ ).

Потенциал в центре от этих трёх зарядов:

$$\varphi_O^{(3)} = \frac{3kq}{r} = \frac{3\sqrt{2}kq}{a}.$$

## Добавление заряда в четвёртую вершину

Если в вершину  $D$  добавлен заряд  $q_D$ , то

$$\varphi_O = \frac{k(3q + q_D)}{r}, \quad \vec{E}_O = \vec{E}_{(\text{от трёх})} + \vec{E}_{q_D}, \quad |\vec{E}_{(\text{от трёх})}| = \frac{k|q|}{r^2},$$

$$|\vec{E}_{q_D}| = \frac{k|q_D|}{r^2}.$$

По заданному  $\varphi_O$  находим

$$q_D = \frac{\varphi_O r}{k} - 3q.$$

По условию  $U = q_0 \varphi_O = 0$  в центре (собственный вклад  $q_0$  не учитывайте), следовательно  $\varphi_O = 0 \Rightarrow q_D = -3q$ .

## Сила, ускорение, энергия в центре

$$F = |q_0| E_O, \quad a = \frac{F}{m_0}, \quad U = q_0 \varphi_O.$$

## Работа переноса заряда

Минимальная работа внешних сил зависит только от разности потенциалов:

$$A_{\min} = |q_0| |\varphi(\text{конечный}) - \varphi(\text{начальный})|.$$

**На бесконечность из центра:**  $A_{\min} = |q_0| |\varphi_O|$  (так как  $\varphi(\infty) = 0$ ).

В середину стороны  $CD$  из центра (для трёх одинаковых зарядов  $q$  в вершинах  $A, B, C$  и, возможно, заряда  $q_D$  в вершине  $D$ ):

$$\varphi(M) = k \left( \frac{q}{|MA|} + \frac{q}{|MB|} + \frac{q}{|MC|} + \frac{q_D}{|MD|} \right) = \frac{k}{a} \left( \frac{4q}{\sqrt{5}} + 2q + 2q_D \right),$$
$$\varphi(O) = \frac{k(3q + q_D)}{r} = \frac{\sqrt{2}k}{a} (3q + q_D), \quad \Rightarrow \quad A_{\min} = |q_0| |\varphi(M) - \varphi(O)|.$$

### «Обратные» задачи

1) Нахождение стороны  $a$  по известному  $|\vec{E}_O|$  (три одинаковых заряда  $q$  в соседних вершинах):

$$E_O = \frac{2k|q|}{a^2} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{2k|q|}{E_O}}.$$

2) Нахождение неизвестного заряд в углу  $q_C$  по величине и направлению  $\vec{E}_O$  (в остальных трёх углах одинаковые  $+q$ ). Суммарное поле от трёх равных зарядов  $+q$  (в  $A, B, D$ ) в центре равно по модулю

$$E_{ABD} = \frac{k|q|}{r^2}$$

и направлено к вершине  $C$ . Поле от заряда  $q_C$  имеет модуль  $\frac{k|q_C|}{r^2}$  и направлено от вершины  $C$  при  $q_C > 0$  и к  $C$  при  $q_C < 0$ . Если наблюдаемое  $\vec{E}_O$  направлено к  $C$ , то вклады сонаправлены только при  $q_C < 0$ . По модулю получаем

$$|q_C| = \frac{(E_O - E_{ABD}) r^2}{k}, \quad \text{знак определяем из направления: } q_C < 0.$$

Если  $\vec{E}_O$  направлено от  $C$ , то  $q_C > 0$  и  $|q_C| = \frac{(E_O + E_{ABD}) r^2}{k}$ .

**3) Потенциал в центре при «трёх одинаковых зарядах + один неизвестный»:**

$$\varphi_O = \frac{k(3q + q_X)}{r} \quad (\text{где } q_X \in \{q_D, q_C\}).$$

**Поле в середине стороны.** Расположение: одинаковые заряды  $q$  расположены в вершинах  $A, B, C$ , вершина  $D$  пустая. Ищем модуль поля в середине стороны  $CD$ ; обозначим эту точку  $M$ .

Геометрические параметры:

$$|MC| = \frac{a}{2}, \quad |MA| = |MB| = \frac{a}{2}\sqrt{5}.$$

Вклады по суперпозиции:

$$E_C = \frac{k|q|}{(a/2)^2} = \frac{4k|q|}{a^2} \quad (\text{вдоль стороны } CD),$$

$$E_A = E_B = \frac{k|q|}{|MA|^2} = \frac{4k|q|}{5a^2}.$$

Проекции  $E_A$  и  $E_B$ : горизонтальные (вдоль  $CD$ ) взаимно компенсируются, вертикальные складываются и дают

$$E_{AB,\perp} = 2 E_A \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{16k|q|}{5\sqrt{5}a^2}.$$

Итоговый модуль:

$$E_M = \sqrt{E_C^2 + E_{AB,\perp}^2} = \frac{k|q|}{a^2} \sqrt{16 + \frac{256}{125}} \approx 4,248 \frac{k|q|}{a^2}.$$

Направление для  $q > 0$ : вдоль стороны от  $C$  к  $M$  плюс внутрь квадрата (перпендикуляр к стороне); для  $q < 0$  — наоборот. Знак  $q$  меняет направление, но не модуль.

## Линза и пластинка (10 баллов)

Небольшой протяженный предмет расположен вблизи главной оптической оси тонкой собирающей линзы и перпендикулярен ей. Расстояние от предмета до линзы составляет  $s = 30,0$  см. Фокусное расстояние линзы равно  $f = 12,0$  см. При решении задачи считайте все лучи параксиальными.

17. Найдите расстояние между изображением и линзой. Ответ выразите в сантиметрах, округлив до десятых долей. (2 балла)
18. Найдите поперечное увеличение. Ответ округлите до десятых долей. (2 балла)
19. Вплотную к линзе устанавливают плоскопараллельную стеклянную пластину толщиной  $b = 3,0$  см с показателем преломления  $n = 1,50$ , так что пластина находится между линзой и изображением. Поверхности пластины перпендикулярны оптической оси линзы. Найдите расстояние от изображения, полученного в этой оптической системе, до линзы. Ответ выразите в сантиметрах, округлив до сотых долей. (2 балла)
20. В этой конфигурации найдите поперечное увеличение. Ответ округлите до сотых долей. (2 балла)
21. Пластину отодвигают от линзы на расстояние  $d = 5,0$  см, оставляя её на стороне изображения (между линзой и изображением). Найдите новое расстояние между полученным в системе изображением и линзой. Ответ выразите в сантиметрах, округлив до десятых долей. (2 балла)

**Ответы:** 17) 20,0 см; 18) 0,67; 19) 21,0 см; 20) 0,67; 21) 21,0 см.

## Линза и пластинка (10 баллов)

Небольшой протяженный предмет расположен вблизи главной оптической оси тонкой собирающей линзы и перпендикулярен ей. Расстояние от предмета до линзы составляет  $s = 36,0$  см. Фокусное расстояние линзы равно  $f = 12,0$  см. При решении задачи считайте все лучи параксиальными.

17. Найдите расстояние между изображением и линзой. Ответ выразите в сантиметрах, округлив до десятых долей. (2 балла)
18. Найдите поперечное увеличение. Ответ округлите до сотых долей. (2 балла)
19. Сразу перед линзой (со стороны предмета) плотно устанавливают плоскопараллельную стеклянную пластину толщиной  $b = 4,0$  см с показателем преломления  $n = 1,60$ . Поверхности пластины перпендикулярны оптической оси линзы. Найдите расстояние между изображением, полученным в этой системе, и линзой. Ответ выразите в сантиметрах, округлив до десятых долей. (2 балла)
20. В этой конфигурации найдите поперечное увеличение. Ответ округлите до сотых долей. (2 балла)
21. Пластину оставляют перед линзой, но отодвигают от линзы на расстояние  $d = 6,0$  см (предмет и линза остаются на прежних местах). Найдите новое расстояние между полученным в системе изображением и линзой. Ответ выразите в сантиметрах, округлив до десятых долей. (2 балла)

**Ответы:** 17) 18,0 см; 18) 0,50; 19) 18,4 см; 20) 0,53; 21) 18,4 см.

## Линза и пластинка (10 баллов)

Небольшой протяженный предмет расположен вблизи главной оптической оси тонкой собирающей линзы и перпендикулярен ей. Расстояние от предмета до линзы составляет  $s = 42,0$  см. Фокусное расстояние линзы равно  $f = 14,0$  см. При решении задачи считайте все лучи параксиальными.

17. Найдите расстояние между изображением и линзой. Ответ выразите в сантиметрах, округлив до десятых долей. (2 балла)
18. Найдите поперечное увеличение. Ответ округлите до сотых долей. (2 балла)
19. Сразу перед линзой (со стороны предмета) вплотную устанавливают плоскопараллельную стеклянную пластину толщиной  $b = 10,5$  см. При этом изображение предмета оказывается на расстоянии  $s' = 22,0$  см от линзы. Поверхности пластины перпендикулярны оптической оси линзы. Определите показатель преломления материала пластины. Ответ дайте в виде десятичной дроби с округлением до сотых долей. (2 балла)
20. В этой конфигурации найдите поперечное увеличение. Ответ округлите до сотых долей. (2 балла)
21. Пластину перемещают на расстояние  $d = 6,0$  см от линзы (предмет и линза остаются на прежних местах). Найдите новое расстояние между полученным в системе изображением и линзой. Ответ выразите в сантиметрах, округлив до десятых долей. (2 балла)

**Ответы:** 17) 21,0 см; 18) 0,50; 19) 1,50; 20) 0,57; 21) 22,0 см.

## Линза и пластинка (10 баллов)

Небольшой протяженный предмет расположен вблизи главной оптической оси тонкой собирающей линзы и перпендикулярен ей. Расстояние от предмета до линзы составляет  $s = 45,0$  см. Фокусное расстояние линзы равно  $f = 15,0$  см. При решении задачи считайте все лучи параксиальными.

17. Найдите расстояние между изображением и линзой. Ответ выразите в сантиметрах, округлив до десятых долей. (2 балла)
18. Найдите поперечное увеличение. Ответ округлите до сотых долей. (2 балла)
19. Сразу за линзой (между линзой и изображением) плотно устанавливают плоскопараллельную стеклянную пластину толщиной  $b = 3,5$  см. Поверхности пластины перпендикулярны оптической оси линзы. При этом изображение, полученное в этих двух оптических элементах, оказалось на расстоянии  $s' = 23,5$  см от линзы. Рассчитайте показатель преломления пластины. Ответ округлите до сотых долей. (2 балла)  
*Комментарий от составителей: в данной задаче в оригинальном условии содержалась ошибка:  $s' = 21,5$  см, что не позволяло получить верный ответ. В связи с этим пункты 19 и 21 были засчитаны всем участникам.*
20. В этой конфигурации найдите поперечное увеличение. Ответ округлите до сотых долей. (2 балла)
21. Пластину передвигают на расстояние  $d = 6,0$  см от линзы (предмет и линза остаются на прежних местах). Найдите новое расстояние между полученным в системе изображением и линзой. Ответ выразите в сантиметрах, округлив до десятых долей. (2 балла)

**Ответы:** 17) 22,5 см; 18) 0,50; 19) 1,40; 20) 0,50; 21) 21,5 см.

## Линза и пластинка (10 баллов)

Небольшой протяженный предмет расположен вблизи главной оптической оси тонкой собирающей линзы и перпендикулярен ей. Расстояние от предмета до линзы составляет  $s = 56,0$  см. Фокусное расстояние линзы равно  $f = 16,0$  см. При решении задачи считайте все лучи параксиальными.

17. Найдите расстояние между изображением и линзой. Ответ выразите в сантиметрах, округлив до десятых долей. (2 балла)
18. Найдите поперечное увеличение. Ответ округлите до сотых долей. (2 балла)
19. Сразу за линзой (со стороны изображения) устанавливают плоскопараллельную стеклянную пластину из материала с показателем преломления  $n = 1,52$ . Поверхности пластины перпендикулярны оптической оси линзы. Четкое изображение формируется на расстоянии  $25,0$  см от линзы. Найдите толщину пластины. Ответ выразите в сантиметрах, округлив до десятых долей. (2 балла)
20. Найдите поперечное увеличение в этом случае. Ответ округлите до десятых долей. (2 балла)
21. Пластину перемещают на расстояние  $d = 6,0$  см от линзы (предмет и линза остаются на прежних местах). Найдите новое расстояние между полученным в системе изображением и линзой. Ответ выразите в сантиметрах, округлив до десятых долей. (2 балла)

**Ответы:** 17) 22,4 см; 18) 0,40; 19) 7,6 см; 20) 0,40; 21) 25,0 см.

# Типовое решение для сюжета «Линза и плоскопараллельная пластинка»

## Уникальные вопросы, встречающиеся в данных задачах

1. Положение изображения  $s'$  без пластины.
2. Как меняется  $s'$  при установке пластины *за линзой* (между линзой и изображением).
3. Как меняется  $s'$  при установке пластины *перед линзой* (со стороны предмета).
4. Поперечное увеличение в любой конфигурации.
5. «Обратные» задачи: найти толщину  $b$  по заданному новому  $s'$  или по заданному  $\Gamma$ ; найти  $n$  по известным  $b$  и сдвигу; обеспечить заданное положение изображения на экране и т. п.

## Основные формулы для линзы

- Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}.$$

- Поперечное увеличение:

$$\Gamma = \frac{s'}{s}.$$

## Главный факт о плоскопараллельной пластине

При нормальном ходе лучей замена воздушного промежутка толщиной  $b$  на стекло с показателем преломления  $n$  формирует изображения действительного источника на расстоянии  $\Delta$  ближе к пластинке,

а изображение мнимого источника — на расстоянии  $\Delta$  дальше от пластины, где

$$\Delta = b \left( 1 - \frac{1}{n} \right).$$

При этом пластина не дает увеличения, а лишь двигает объект вдоль оптической оси. Смещение положения пластины относительно линзы не приводит к изменению ее влияния на изображение.

## Возможные случаи

**А. Пластина за линзой (между линзой и изображением).** Плоскость изображения сдвигается к линзе на  $\Delta$ :

$$s'_{\text{new}} = s' + \Delta, \quad \Gamma_{\text{new}} = \Gamma = \frac{s'}{s}.$$

**В. Пластина *перед линзой* (со стороны предмета).** Линза «видит» предмет ближе на  $\Delta$ :

$$s_{\text{эфф}} = s - \Delta, \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{s_{\text{эфф}}} + \frac{1}{s'_{\text{new}}} \implies s'_{\text{new}} = \frac{f s_{\text{эфф}}}{s_{\text{эфф}} - f}.$$

Поперечное увеличение:

$$\Gamma_{\text{new}} = \frac{s'_{\text{new}}}{s_{\text{эфф}}} = \frac{f}{s_{\text{эфф}} - f}.$$