

Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Умный котёнок Гав любит наблюдать за аквариумными рыбками. Он заметил, что пунктуальная и организованная золотая рыбка в период кормления выполняет одну и ту же последовательность действий. Она начинает движение от домика к месту кормления с некоторой постоянной скоростью v , затем ест за время 4.2 секунды, после чего возвращается обратно к домику тем же маршрутом со скоростью, в 1.5 раза меньшей v . На весь процесс в общем уходит 21 секунда. Длина маршрута в одну сторону равна 50.4 см.

Сколько времени тратит золотая рыбка непосредственно на движение от домика к месту кормления и обратно? Ответ выразите в секундах, округлите до десятых.

Ответ: 16.8

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

Задание 2. В день рыбку кормят 3 раза. Сколько времени тратит непосредственно на поглощение пищи золотая рыбка за неделю? Ответ выразите в минутах, округлите до десятых.

Ответ: 1.5

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Задание 3. В среднем за день золотая рыбка проплывает в 100 раз больший путь, чем расстояние от её домика до места приёма пищи. Сама рыбка небольшая, её длина 16 мм. Сколько длин золотой рыбки укладывается в том расстоянии, которое она проходит в среднем за день? Ответ округлите до целых.

Ответ: 3150

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Задание 4. Чему равна средняя скорость рыбки в описанном процессе кормления? Начало процесса — это старт рыбки от домика, конец — возвращение рыбки к домику. Ответ выразите в мм/с, округлите до целых.

Ответ: 48

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Задание 5. Чему равна скорость движения рыбки от домика к месту кормления? Ответ выразите в см/с, округлите до десятых.

Ответ: 7.5

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

1) Непосредственно на движение золотая рыбка тратит $t_d = T - t = 21 - 4.2 = 16.8$ секунды.

2) В неделе 7 дней, так что рыбка за неделю ест $k = 7 \cdot 3 = 21$ раз. Каждое поглощение пищи занимает $t = 4.2$ с, значит, всего за неделю она потратит на это $t' = k \cdot t = 21 \cdot 4.2 = 88.2$ секунды, т.е. примерно 1.5 минуты.

3) Общий путь, который проплыла рыбка, равен $L = N \cdot S = 100 \cdot 50.4 \text{ см} = 5040 \text{ см}$. В этом расстоянии укладывается:

$$n_l = \frac{L}{l} = \frac{5040 \text{ см}}{1.6 \text{ см}} = 3150 \text{ длин золотой рыбки.}$$

4) Средняя скорость — это весь путь, поделённый на всё время (включая остановки, т.е. в данном случае учитывая процесс поглощения корма). Поэтому средняя скорость рыбки:

$$v_{\text{ср}} = \frac{2S}{T} = 4.8 \text{ см/с} = 48 \text{ мм/с.}$$

5) В одну сторону рыбка движется в n раз быстрее, а общее время движения мы уже нашли, значит, можно записать:

$$t_d = \frac{S}{v} + \frac{S}{v/n} = \frac{S}{v} + \frac{nS}{v} = \frac{S}{v}(1+n).$$

Отсюда можно получить, что:

$$v = \frac{S(1+n)}{t_d} = 7.5 \text{ см/с.}$$

Можно было рассуждать иначе: раз скорость обратного движения в n раз меньше, то на это тратится в n раз больше времени. Пусть время движения туда t_1 , тогда время движения обратно $n \cdot t_1$, тогда $t_d = (n+1) \cdot t_1$, т.е. $t_1 = 6.72$ с. Следовательно, $v = \frac{S}{t_1} = 7.5 \text{ см/с}$.



Задание 6. Умный котенок Гав любит по ночам проводить различные эксперименты (пока его хозяин спит). Однажды он решил провести серию экспериментов по переливанию жидкостей.



У хозяина котёнок обнаружил мерный стакан. Определите по рисунку объём жидкости, налитой в этот стакан.



Ответ:

- 50 мл
- 51 мл
- 52 мл
- 52.5 мл
- ✓ 55 мл
- 57 мл
- 60 мл
- Невозможно определить

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

Задание 7. Котёнок Гав опытным путём выяснил, что на самом деле мерный стакан вмещает в 1.2 раза больше жидкости, чем на нём написано. Определите максимальную вместимость данного стакана. Ответ выразите в миллилитрах, округлите до целых.

Ответ: 120

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

Задание 8. Котенок Гав нашёл ещё две ёмкости — кувшин и кастрюлю. Опытным путём он определил, что в кувшин вмещается вода из 3 наполненных мерных стаканов и ещё $\frac{1}{5}$ часть объёма этого стакана. Определите вместимость кувшина. Ответ выразите в миллилитрах, округлите до целых.

Ответ: 384

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Задание 9. Чтобы заполнить кастрюлю с помощью мерного стакана, понадобится перелить воду из наполненных до краёв стаканов 17 раз, причём при последнем заливании в стакане останется немного воды — на уровне пятого деления (считая от дна). Определите вместимость кастрюли. Ответ выразите в литрах, округлите до сотых.

Ответ: 2.01

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Задание 10. Если заполнять кастрюлю только с помощью кувшина, то придётся залить воду из 5 заполненных кувшинов и плюс ещё одну чайную чашечку. Определите объём этой чашечки. Ответ выразите в миллилитрах, округлите до целых.

Ответ: 90

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

6) Между двумя соседними пронумерованными делениями находится ещё одно более короткое деление, соответствующее среднему арифметическому. В указанном случае поверхность жидкости как раз находится на уровне такого короткого деления, т.е. объём налитой жидкости равен 55 мл.

7) Верхнее деление на мерном стакане — это 100 мл (см. рисунок). Чтобы найти максимальную вместимость данного стакана, нужно умножить 100 мл на коэффициент, который в нашем случае равен $n = 1.2$. Получим $V_1 = 120$ мл.

8) Заполненные мерные стаканы вмещают в нашем случае 120 мл воды (см. предыдущий вопрос). Тогда объём средней ёмкости (кувшина):

$$V_2 = 3 \cdot 120 + \frac{120}{5} = 384 \text{ мл.}$$

9) Объём залитой воды $V_3 = 17 \cdot 120 - 30 = 2010$ мл = 2.01 литра.

10) Объём залитой воды, как следует из вопроса г, 2.01 л = 2010 мл. С помощью пяти наливаний из кувшина мы заполним $5 \cdot 384 = 1920$ мл. Тогда ёмкость чашечки — это объём $V_4 = 2010 - 1920 = 90$ мл.

Задание 11. Умный котёнок Гав с помощью рычажных весов решил определить массу оставшегося в пачке корма, но разновесов (гирек) к ним не нашёл. Тогда Гав придумал в качестве гирек использовать кусочки льда в виде параллелепипедов со сторонами 2 см × 15 мм × 1 см.

Котёнку известно, что 1 см³ льда имеет массу 0.9 грамма и что вода от льдинок, тающих на весах, из чашки весов не вытекает.

Чему равна масса одного нерастаявшего кусочка льда? Ответ выразите в граммах, округлите до десятых.

Ответ: 2.7

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Задание 12. Котёнок определил, что 47 кусочков льда недостаточно, чтобы уравновесить остатки корма, а 48 перевешивают. Какой вывод он может сделать?

В этом вопросе считайте, что котёнок не замечает, что льдинки подтаивают, пока он их несёт до весов.

Ответ:

- Весы неисправны
- ✓ Масса корма больше 126.9 грамма
- Масса корма больше 129.6 грамма
- Масса корма меньше 126.9 грамма
- ✓ Масса корма меньше 129.9 грамма
- Этот эксперимент не позволяет сделать вывод о массе корма

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Задание 13. Проводя эксперименты, Гав проголодался и съел немного корма. Теперь оказалось, что оставшийся корм уравновесили 42 льдинки. Однако, возвращаясь с очередным кусочком льда, Гав обнаружил на полу капли воды и догадался, что льдинки успевают подтаивать, пока он их несёт до весов. Котёнку удалось определить, что успевает растаять в среднем 1/10 часть кусочка льда. Чему равна истинная масса оставшегося корма? Ответ выразите в граммах, округлите до целых. Считайте, что растаявшая часть льда превращается в воду и остаётся лужицами на полу.

Ответ: 102

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 4 балла

Задание 14. У котёнка Гава есть несколько предметов, реальный вес которых приведён ниже. Какие из них можно взвесить на весах и получить точный результат?

Ответ:

- 24.543 грамма
- ✓ 36.45 грамма
- 46.98 грамма
- ✓ 75.33 грамма
- 134.055 грамма
- 181.035 грамма

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

11) В условии сказано, что 1 см³ имеет массу 0.9 грамма. Один кусочек льда имеет объём $2 \cdot 1.5 = 3$ см³, поэтому его масса $3 \cdot 0.9 = 2.7$ грамма.



12) Если не учитывать погрешность весов и другие факторы, такие как таяние льда, то масса корма лежит в промежутке от $47 \cdot 2.7$ до $48 \cdot 2.7$, т.е. от 126.9 до 129.6 грамма. Значит, верное сочетание: *масса корма больше 126.9 грамма и масса корма меньше 129.6 грамма*.

13) Если не учитывать таяние льда, то масса корма была бы равна $42 \cdot 2.7 = 113.4$ грамма. Однако каждый кусочек растаял на $k = 1/10$, поэтому истинная масса оставшегося корма $m = 0.9 \cdot 113.4 = 102.06$ грамма, т.е. примерно 102 грамма.

14) Исходная масса кусочка льда 2.7 г, подтаяла $1/10$ часть, осталось $9/10$ льда, так что масса подтаявшего кусочка льда 2.43 г. Взвесить и получить точный результат можно в случае тех предметов, масса которых кратна 2.43 грамма. Верные ответы — 36.45 грамма и 75.33 грамма.