

Максимальное количество баллов за олимпиаду — 8

Задание 1. Вариант 1. Прямоугольник 2×3 и прямоугольник 3×4 поместили внутрь квадрата с целочисленной стороной так, что они могут иметь общие точки, но не могут перекрывать друг друга. Какую наименьшую площадь может иметь квадрат?

Задание 1. Вариант 2. Прямоугольник 3×5 и прямоугольник 4×3 поместили внутрь квадрата с целочисленной стороной так, что они могут иметь общие точки, но не могут перекрывать друг друга. Какую наименьшую площадь может иметь квадрат?

Задание 1. Вариант 3. Прямоугольник 3×6 и прямоугольник 4×5 поместили внутрь квадрата с целочисленной стороной так, что они могут иметь общие точки, но не могут перекрывать друг друга. Какую наименьшую площадь может иметь квадрат?

Задание 1. Вариант 4. Прямоугольник 4×7 и прямоугольник 6×4 поместили внутрь квадрата с целочисленной стороной так, что они могут иметь общие точки, но не могут перекрывать друг друга. Какую наименьшую площадь может иметь квадрат?

Задание 2. Вариант 1. Участниками чемпионата по вольной борьбе являются мужчины и женщины. Количество женщин составляет 52 % от общего числа участников, а их суммарный вес — 48 % общего веса участников. Найдите отношение среднего веса мужчин к среднему весу женщин. Ответ выразите в виде обыкновенной дроби.

Задание 2. Вариант 2. Участниками чемпионата по вольной борьбе являются мужчины и женщины. Количество женщин составляет 56 % от общего числа участников, а их суммарный вес — 44 % общего веса участников. Найдите отношение среднего веса мужчин к среднему весу женщин. Ответ выразите в виде обыкновенной дроби.

Задание 2. Вариант 3. Участниками чемпионата по вольной борьбе являются мужчины и женщины. Количество женщин составляет 54 % от общего числа участников, а их суммарный вес — 46 % общего веса участников. Найдите отношение среднего веса мужчин к среднему весу женщин. Ответ выразите в виде обыкновенной дроби.

Задание 2. Вариант 4. Участниками чемпионата по вольной борьбе являются мужчины и женщины. Количество женщин составляет 58 % от общего числа участников, а их суммарный вес — 42 % общего веса участников. Найдите отношение среднего веса мужчин к среднему весу женщин. Ответ выразите в виде обыкновенной дроби.

Задание 3. Вариант 1. Петя переписал в тетрадь два двузначных числа с доски и перемножил их. Он сделал ошибку в одном из чисел: написал десятки на месте единиц, а единицы на месте десятков, поэтому результат оказался на 1449 больше, чем должен был быть. Какие числа были записаны на доске?

Укажите все подходящие варианты. Для каждой возможной пары чисел в качестве ответа запишите их сумму.

Задание 3. Вариант 2. Петя переписал в тетрадь два двузначных числа с доски и перемножил их. Он сделал ошибку в одном из чисел: написал десятки на месте единиц, а единицы на месте десятков, поэтому результат оказался на 1197 больше, чем должен был быть. Какие числа были записаны на доске?

Укажите все подходящие варианты. Для каждой возможной пары чисел в качестве ответа запишите их сумму.

Задание 3. Вариант 3. Петя переписал в тетрадь два двузначных числа с доски и перемножил их. Он сделал ошибку в одном из чисел: написал десятки на месте единиц, а единицы на месте десятков, поэтому результат оказался на 1827 больше, чем должен был быть. Какие числа были записаны на доске?

Укажите все подходящие варианты. Для каждой возможной пары чисел в качестве ответа запишите их сумму.

Задание 3. Вариант 4. Петя переписал в тетрадь два двузначных числа с доски и перемножил их. Он сделал ошибку в одном из чисел: написал десятки на месте единиц, а единицы на месте десятков, поэтому результат оказался на 1071 больше, чем должен был быть. Какие числа были записаны на доске?

Укажите все подходящие варианты. Для каждой возможной пары чисел в качестве ответа запишите их сумму.

Задание 4. Вариант 1. Компьютер генерирует 2 натуральных случайных числа x, y в диапазоне от 1 до 32. На плоскости рассматривается точка A с координатами (x, y) . Какова вероятность, что расстояния от точки A до точек с координатами $(1, 1)$, $(1, 32)$, $(32, 1)$, $(32, 32)$ попарно различны? Ответ выразите в виде обыкновенной дроби.

Задание 4. Вариант 2. Компьютер генерирует 2 натуральных случайных числа x, y в диапазоне от 1 до 34. На плоскости рассматривается точка A с координатами (x, y) . Какова вероятность, что расстояния от точки A до точек с координатами $(1, 1)$, $(1, 34)$, $(34, 1)$, $(34, 34)$ попарно различны? Ответ выразите в виде обыкновенной дроби.

Задание 4. Вариант 3. Компьютер генерирует 2 натуральных случайных числа x, y в диапазоне от 1 до 28. На плоскости рассматривается точка A с координатами (x, y) . Какова вероятность, что расстояния от точки A до точек с координатами $(1, 1)$, $(1, 28)$, $(28, 1)$, $(28, 28)$ попарно различны? Ответ выразите в виде обыкновенной дроби.

Задание 4. Вариант 4. Компьютер генерирует 2 натуральных случайных числа x, y в диапазоне от 1 до 26. На плоскости рассматривается точка A с координатами (x, y) . Какова вероятность, что расстояния от точки A до точек с координатами $(1, 1)$, $(1, 26)$, $(26, 1)$, $(26, 26)$ попарно различны? Ответ выразите в виде обыкновенной дроби.

Задание 5. Вариант 1.

Пусть a, b — целые числа, такие, что все корни уравнения

$$(x^2 - ax + 20)(x^2 + 17x + b) = 0$$

являются отрицательными целыми числами. Найдите наименьшее возможное значение числа a и наименьшее возможное значение числа b .

Задание 5. Вариант 2. Пусть a, b — целые числа, такие, что все корни уравнения

$$(x^2 - ax + 22)(x^2 + 15x + b) = 0$$

являются отрицательными целыми числами. Найдите наименьшее возможное значение числа a и наименьшее возможное значение числа b .

Задание 5. Вариант 3. Пусть a, b — целые числа, такие, что все корни уравнения

$$(x^2 - ax + 25)(x^2 + 19x + b) = 0$$

являются отрицательными целыми числами. Найдите наименьшее возможное значение числа a и наименьшее возможное значение числа b .

Задание 5. Вариант 4. Пусть a, b — целые числа, такие, что все корни уравнения

$$(x^2 - ax + 23)(x^2 + 13x + b) = 0$$

являются отрицательными целыми числами. Найдите наименьшее возможное значение числа a и наименьшее возможное значение числа b .

Задание 6. Вариант 1. На доске написаны числа $1, 2, \dots, k$. Двое игроков по очереди вычёркивают по одному числу. Если после очередного хода сумма невычёркнутых чисел стала кратна 3, то игра заканчивается и сделавший последний ход проигрывает. При каком k игрок, ходящий вторым, имеет выигрышную стратегию? Выберите все подходящие варианты.

Ответ:

- 20
- 25
- 26
- 27

Задание 6. Вариант 2. На доске написаны числа $1, 2, \dots, k$. Двое игроков по очереди вычёркивают по одному числу. Если после очередного хода сумма невычёркнутых чисел стала кратна 3, то игра заканчивается и сделавший последний ход проигрывает. При каком k игрок, ходящий вторым, имеет выигрышную стратегию? Выберите все подходящие варианты.

Ответ:

- 32
- 38
- 39
- 43

Задание 6. Вариант 3. На доске написаны числа $1, 2, \dots, k$. Двое игроков по очереди вычёркивают по одному числу. Если после очередного хода сумма невычёркнутых чисел стала кратна 3, то игра заканчивается и сделавший последний ход проигрывает. При каком k игрок, ходящий первым, имеет выигрышную стратегию? Выберите все подходящие варианты.

Ответ:

- 32
- 33
- 37
- 50

Задание 6. Вариант 4. На доске написаны числа $1, 2, \dots, k$. Двое игроков по очереди вычёркивают по одному числу. Если после очередного хода сумма невычеркнутых чисел стала кратна 3, то игра заканчивается и сделавший последний ход проигрывает. При каком k игрок, ходящий первым, имеет выигрышную стратегию? Выберите все подходящие варианты.

Ответ:

- 33
- 37
- 38
- 44

Задание 7. Вариант 1. На луче OA расположены точки B и C так, что $OA : OB : OC = 3 : 4 : 6$. Точка D выбрана так, что OD и DB перпендикулярны. Найдите CD , если $AD = 5$.

Задание 7. Вариант 2. На луче OA расположены точки B и C так, что $OA : OB : OC = 2 : 3 : 6$. Точка D выбрана так, что OD и DB перпендикулярны. Найдите CD , если $AD = 6$.

Задание 7. Вариант 3. На луче OA расположены точки B и C так, что $OA : OB : OC = 3 : 4 : 6$. Точка D выбрана так, что OD и DB перпендикулярны. Найдите CD , если $AD = 6$.

Задание 7. Вариант 4. На луче OA расположены точки B и C так, что $OA : OB : OC = 2 : 3 : 6$. Точка D выбрана так, что OD и DB перпендикулярны. Найдите CD , если $AD = 5$.

Задание 8. Вариант 1. Компания из десяти человек удовлетворяет условию: если два человека знакомы, то у одного из них не более двух знакомых в этой компании. Найдите наибольшее возможное количество пар знакомых в этой компании.

Задание 8. Вариант 2. Компания из двенадцати человек удовлетворяет условию: если два человека знакомы, то у одного из них не более двух знакомых в этой компании. Найдите наибольшее возможное количество пар знакомых в этой компании.

Задание 8. Вариант 3. Компания из четырнадцати человек удовлетворяет условию: если два человека знакомы, то у одного из них не более двух знакомых в этой компании. Найдите наибольшее возможное количество пар знакомых в этой компании.

Задание 8. Вариант 4. Компания из шестнадцати человек удовлетворяет условию: если два человека знакомы, то у одного из них не более двух знакомых в этой компании. Найдите наибольшее возможное количество пар знакомых в этой компании.