

9 класс
Первый день

9.1. На прямой дороге стоят школа и дома Ани и Бори. Каждый день Аня выходит из дома в 8:00 и идет в школу. Однажды Боря выбежал из дома в школу в 8:00 и догнал Аню за 30 минут. На следующий день он выбежал в 8:10 и догнал Аню за 40 минут. В какое время ему надо выбежать, чтобы встретить Аню на выходе из её дома? (Скорость у Ани всегда постоянна, скорость Бори тоже постоянна.)

9.2. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) проведена биссектриса CD . На основании AC отмечена точка F так, что $BD = CF$. Точка E выбрана таким образом, что четырехугольник $CDEF$ – параллелограмм. Докажите, что $BE = BF$.

9.3. Даны квадратные трёхчлены $P(x)$ и $Q(x)$; обозначим $p_n = P(n)$ и $q_n = Q(n)$. Раз в минуту Саша рисует на координатной плоскости прямую: на первой минуте – прямую с уравнением $y = p_1x + q_1$, на второй – с уравнением $y = p_2x + q_2$, ..., на i -й минуте – с уравнением $y = p_ix + q_i$. Через некоторое время Саша нашёл три нарисованные прямые, которые проходят через одну точку. Докажите, что все нарисованные прямые проходят через одну точку.

9.4. В каждой клетке доски 2×200 лежит по рублёвой монете. Даша и Соня играют, делая ходы по очереди, начинает Даша. За один ход можно выбрать любую монету и передвинуть её: Даша двигает монету на соседнюю по диагонали клетку, Соня – на соседнюю по стороне. Если две монеты оказываются в одной клетке, одна из них тут же снимается с доски и достаётся Соне. Соня может остановить игру в любой момент и забрать все полученные деньги. Найдите, какой наибольший выигрыш она может получить, как бы ни играла Даша

9.5. Найдите все такие пары целых чисел m и $n > 2$, что $((n-1)! - n) \cdot (n-2)! = m(m-2)$. Напоминаем, что $k! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k$ – произведение всех натуральных чисел от 1 до k .