

11 класс
Второй день

11.6. Изначально на табло горит число 0. При нажатии на кнопку число на табло изменяется на 50 или 51. На кнопку нажали 2025 раз. Могло ли после этого на табло гореть число 25, если известно, что на табло не появлялись более чем двузначные числа, а также не появлялись отрицательные числа?

11.7. На 2025 островах Северного Ледовитого океана живут несколько медведей. Каждый медведь иногда совершает заплыв, переплывая с одного острова на другой. Выяснилось, что за год каждый медведь совершил хотя бы один заплыв, но никакие два медведя не сделали поровну заплывов. При этом между каждыми двумя островами A и B был совершён ровно один заплыв: либо из A в B , либо из B в A . Докажите, что на каком-то острове и в начале, и в конце года не было медведей.

11.8. В пространстве даны скрещивающиеся перпендикулярные прямые AB и CD . Точки E и F – середины отрезков AC и BD соответственно. Докажите, что $\frac{AD + BC}{2} > BD - EF$.

11.9. Саша выбрал 199 многочленов с вещественными коэффициентами так, что сумма любых ста из них имеет вещественный корень. Докажите, что сумма каких-то девяти из них также имеет вещественный корень.

11.10. Несколько карточек выложили в ряд слева направо, на каждой карточке написана буква русского алфавита. Будем называть набор из 33 карточек *идеальным*, если на этих карточках выписаны все буквы в алфавитном порядке слева направо. Известно, что при любом выборе одной буквы L русского алфавита найдутся 10^6 идеальных наборов, любые два из которых либо не имеют общих карточек, либо имеют ровно одну общую карточку, на которой написана буква L . Найдите, при каком наибольшем k в этом ряду гарантированно можно найти k идеальных наборов, любые два из которых не имеют общих карточек?