XVII МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Региональный этап

1 февраля 2025 г.

---

8 класс

Второй день

6. В начале года каждому из 150 бойцов лиги смешанных единоборств был присвоен номер от 1 до 150. В течение года было проведено 149 поединков: первого со вторым, второго с третьим, …, 149-го со 150-м. В конце года был составлен список бойцов, победивших во всех поединках, в которых они участвовали в прошедшем году. Могли ли в этом списке оказаться и все бойцы с номерами кратными 17, и все бойцы с номерами кратными 20?

7. В трапеции $ABCD$ диагональ BD является биссектрисой угла ADC. На основаниях BC и AD выбрали точки X и Y соответственно таким образом, что $AX = BD$ и $AY = CD$. Оказалось, что $\angle BCD = 130°$. Найдите величину угла AXY.

8. На экране калькулятора горит число 41. За одну операцию можно увеличить или уменьшить число на экране на 33 или 34. При этом запрещается получать числа, меньшие 1, и числа, большие 99. Через 2025 операций на экране оказалось число 50. Докажите, что в некоторый момент на экране было число 67.

9. На доску записали несколько (больше одного) последовательных натуральных чисел. Могло ли так случиться, что и сумма всех четных выписанных чисел — квадрат натурального числа, и сумма всех нечетных выписанных чисел — квадрат натурального числа?

10. На столе стоят 12 сосудов, выстроенных в 4 ряда по 3 сосуда в каждом. В каждый сосуд налито некоторое (возможно, нулевое) количество воды. Известно, что суммарное количество воды в каждом ряду равно 1 л. При каких значениях α можно утверждать, что на столе найдутся два сосуда, количества воды в которых отличаются не более чем на α л?