ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ. 2024 г. ПРИГЛАСИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП. 3 КЛАСС ОТВЕТЫ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

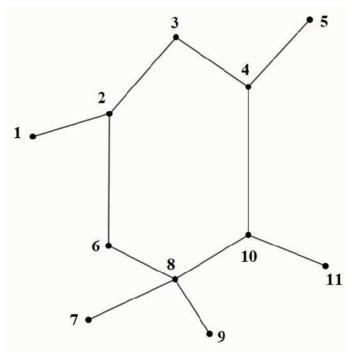
Максимальное количество баллов — 8

Задание № 1

Дана сетка из верёвочек. Любая верёвочка между узелками сгорает за 1 минуту. Какой один узелок нужно поджечь, чтобы за 3 минуты сгорела вся сетка? Отметьте все возможные варианты.



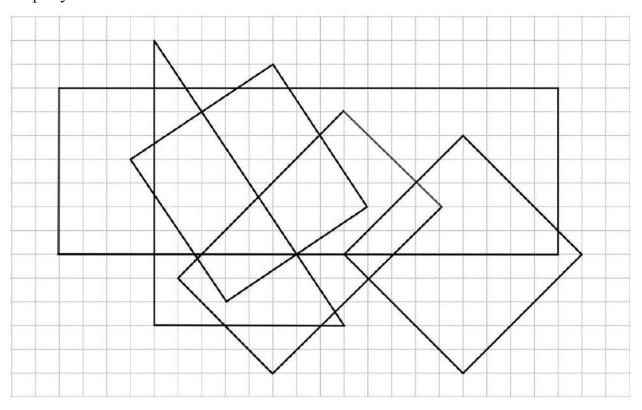
Заметим, что в конструкции есть цикл



БГЕЗДЛ из шести узелков. Из любого узелка этого цикла до «противоположного» (например, из Б до 3) огонёк сможет добраться за 3 минуты. Значит, если выбранный узелок не в этом цикле, то потребуется не менее 4 минут, так как ещё нужно добраться до самого цикла. Осталось выбрать среди узелков цикла. Из написанных ранее рассуждений следует, что нельзя выбирать узелок, напротив которого узелок с дополнительными ответвлениями. Значит, не подходят Б, Е, Д и Л. Осталось два «кандидата»: Г и З. Легко проверяется, что подходят оба.

Задание № 2

Сколько прямоугольников с нарисованными сторонами можно увидеть на рисунке?



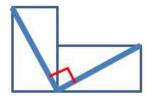
Ответ: 9

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

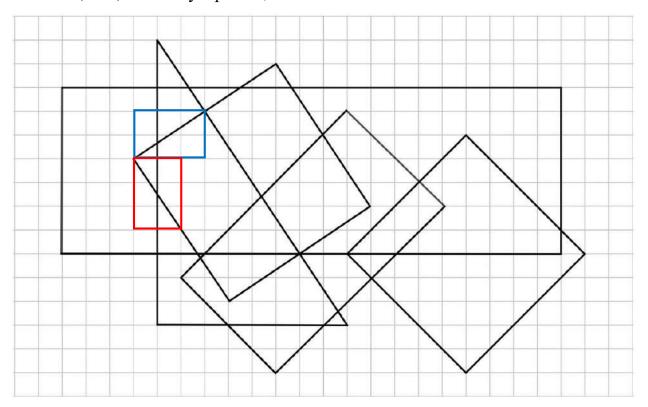
Для начала приведём несколько утверждений:

1. Если взять прямоугольник и повернуть его на 90 градусов, то диагонали нового и старого прямоугольников будут перпендикулярны (между ними будет прямой угол):

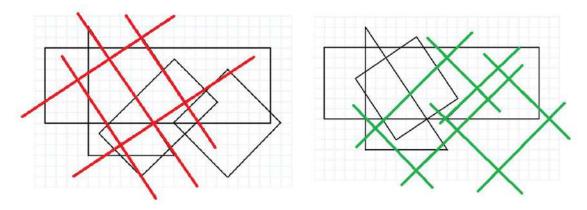


2. Фигура с четырьмя прямыми углами — прямоугольник. В частности, квадрат — частный случай прямоугольника.

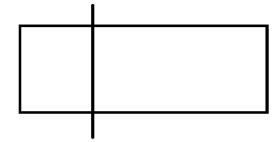
Заметим, что, используя факт 1,



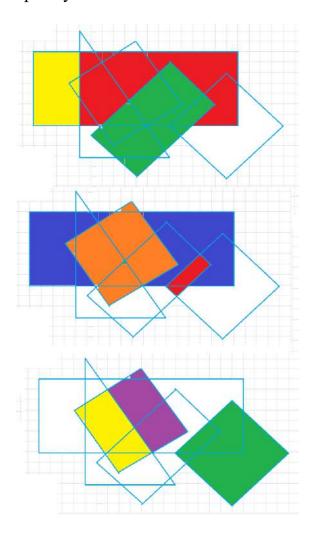
на рисунке можно увидеть несколько прямоугольных сеток. Одна из них — исходная, клетчатая, а две другие такие:



Стоит также помнить, что в ситуации, когда прямоугольник делится прямой:

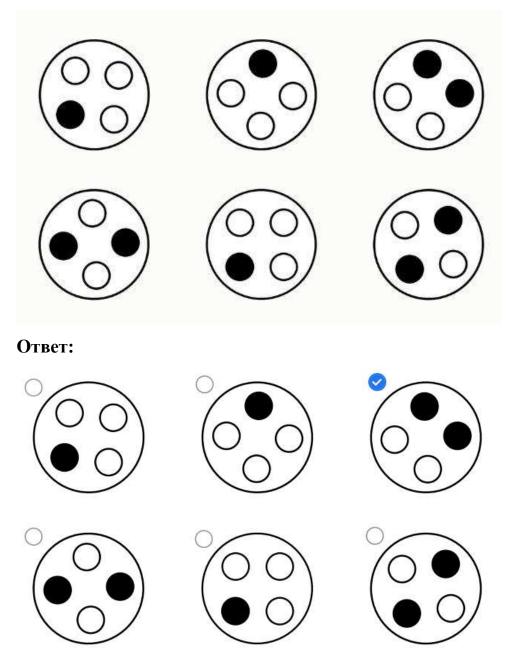


на получившемся изображении можно разглядеть три прямоугольника. Таким образом, получаем 9 прямоугольников.



Задание № 3

В кофейном автомате можно купить чёрный кофе, капучино и латте. Напитки выдаются в одинаковых стаканах с четырьмя кружками на крышке. Чтобы различать покупки, автомат закрашивает какое-то количество кружков. У одинаковых напитков рисунок получается одинаковый, у разных — разный. Никита купил себе чёрный кофе, а своим друзьям — два капучино и три латте. Под какой крышкой напиток Никиты?



Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Заметим, что друзья купили 3 стакана одного вида кофе, 2 стакана другого и 1 третьего. Крышки тоже можно разбить на три группы: А, Б и Д — одного вида, Г и Е — второго вида и В — единственная такая крышка. Значит,

под этой крышкой и есть напиток Никиты.

Задание № 4

В семье Котовых трое детей. Все они родились весной, но в разные годы и месяцы. Если у Кости заменить год рождения на Пашин, не меняя месяц, то Костя всё равно останется самым младшим среди братьев. Если же у Кости заменить год рождения на Мишин, не меняя месяц, то Костя станет самым старшим. Определите месяц рождения каждого ребёнка.

Варианты ответа: март, апрель, май.

Ответ:

Миша — Май

Паша — Март

Костя — Апрель

Точное совпадение ответов — 1 балл

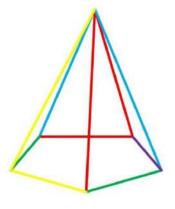
Решение.

Если бы Костя родился в том же месяце, что и сейчас, но в один год с Пашей, он все равно остался бы самым младшим среди братьев, и он не мог родиться в марте, а Паша — не мог в мае. Аналогичны рассуждения и для Кости: если же он родился бы в том же месяце, что и сейчас, но в один год с Мишей, то он бы оказался самым старшим, а Костя не мог родиться в мае. Это значит, что Костя родился в апреле. Значит, Паша родился в марте, тогда Миша — в мае.

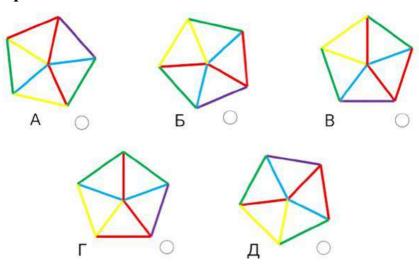
6

Задание № 5

Из разноцветных палочек сложили пирамидку и поставили на стол, как на рисунке. А потом сфотографировали её сверху. Какая фотография получилась?



Варианты ответа:



Ответ: Б

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Давайте заметим, что если на исходной пирамидке палочки имеют общую точку, то и на фото они должны иметь общую точку, и наоборот. Основание А не подходит, так как жёлтые палочки не имеют общих точек. Основание Г также не подходит, так как на фото зелёные палочки имеют общую точку, а у пирамидки — нет. Основание В не подходит, так как напротив вертикальной красной палочки должна находиться горизонтальная палочка. Или основание В не подходит ещё и потому, что в пирамидке есть цикл красный-красный-фиолетовый-зелёный, а на фото В такого нет. Пункты Б и Д зеркально симметричны. Осталось выбрать из них верное фото. Ответ на задачу — пункт Б.

Задание № 6

Бабушкины часы исправно бьют каждый час столько раз, сколько сейчас времени (от 11 до 12). А в часах живёт ленивая кукушка. Она кукует вместе с каждым ударом, но только если он не первый, не последний и не предпоследний. Сколько раз за сутки прокукует эта кукушка?

Ответ: 90

Точное совпадение ответов — 1 балл

Решение.

Рассмотрим период с 1 до 12 часов (можно рассматривать с 12 до 11, это не влияет на решение). В сутках таких периодов два, поэтому потом нужно будет умножить найденное число на 2.

Напишем, сколько кукушка кукует для каждого часа:

- 1 0
- 2 0
- 3 0
- 4 1
- 5 2
- 6 3
- 7 4
- 8 5
- 9 6
- 10 7
- 11 8
- 12 9

Сумма чисел от 1 до 9 равна 45. Умножая это значение на 2, получаем 90 ударов.

Задание № 7

В ЗЮ классе пять девочек: Аня, Белла, Вика, Глория и Даша. Они решают, кто пойдёт на каток. Вика всегда ходит обязательно с Дашей (но Даша может пойти на каток без Вики), Белла всегда ходит на каток со своими двумя подругами из класса. Либо Даша, либо Глория (но не обе вместе) всегда ходят на каток. Белла и Вика терпеть не могут друг друга и никуда не ходят вместе. Если на каток идёт Глория, то идёт и Вика. Даша всегда зовёт с собой Беллу. Кто в итоге пошёл на каток?

Ответ:

- ✓ Аня
- ✓ Белла
- о Вика
- о Глория
- ✓ Даша

Точное совпадение ответов — 1 балл

Решение.

Либо Даша, либо Глория всегда ходят на каток, тогда можно рассмотреть два случая:

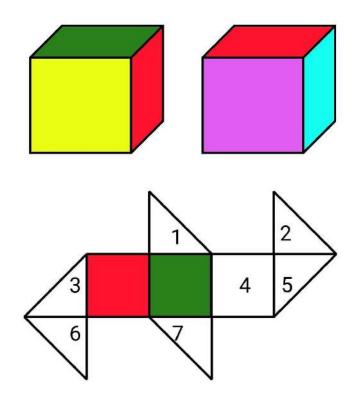
- 1) на каток пошла Глория;
- 2) на каток пошла Даша.

Если на каток пошла Глория, тогда пошла и Вика, но тогда должна пойти и Даша. Получаем противоречие, то есть такой вариант не подходит.

Если на каток пошла Даша, то пошла и Белла. Тогда Вика не пошла на каток. Осталось выяснить, пошла ли Аня. Известно, что Белла всегда ходит с двумя подругами из класса, значит, пошедших на каток должно быть хотя бы трое. Значит, Аня тоже пошла.

Задание № 8

На картинке изображён один и тот же кубик с двух ракурсов так, что видны цвета его пяти граней. Шестая грань — белая. Василиса сделала необычную развёртку этого кубика и раскрасила две грани. Определите цвета остальных кусочков этой развёртки.



Ответ:

1	Жёлтый
2	Жёлтый
3	Фиолетовый
4	Белый
5	Фиолетовый
6	Голубой
7	Голубой

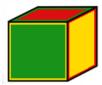
Точное совпадение ответов — 1 балл

Решение.

На рисунке красная грань противоположна невидимой грани, которая по условию белая. Значит, кусочек № 4 — белый.

Расположение граней следующее: зелёная — красная — жёлтая по часовой стрелке, значит, кусочек №1 — жёлтый. Фрагмент №2 — кусочек этой же грани, то есть 1 и 2 — два жёлтых фрагмента.

Если повернуть первый кубик верхней гранью вверх, то получим такую картину:



Понятно, что цвета на боковых гранях расположены по кругу: зелёный, жёлтый, фиолетовый, синий. То есть, напротив зелёного — фиолетовый, напротив жёлтого — синий. Значит № 3 и № 5 — фиолетовый, а № 6 и № 7 — синий.