

## 11 класс

### Задача №11-Е1. Внутренний объем трубки

Для начала увеличим точность шкалы шприца объемом 20 мл, для этого приклеим к нему бумажную шкалу, совместив 0 шкалы шприца с основным делением бумажной шкалы. Определим цену деления приклеенной шкалы используя деления 0 и 20 мл на шкале шприца. При дальнейших измерениях будем пользоваться наклеенной шкалой. Выдвинем поршень шприца 20 мл до отметки  $V_1$ . Поршень шприца 5 мл вдвинем до упора в крайнее положение. Обратите внимание, что при перемещении поршня этого шприца в крайнее положение ощущается (даже слышен!) легкий толчок («щелчок»). Он объясняется тем, что в этом месте внутренний диаметр шприца на небольшом участке немного увеличен и поршень как бы «фиксируется» в этом положении. Для того, чтобы начать выдвигать поршень из этой точки, необходимо приложить некоторое «избыточное» усилие, которое как следует из дальнейших экспериментов с хорошей точностью является постоянным. Соединим шприцы с помощью прозрачной трубки, плотно надев ее на носик каждого шприца. Начнем плавно вдвигать поршень большого шприца до момента, когда поршень малого шприца под действием избыточного давления в трубке «выскочит» из крайнего положения и тоже придет в движение. Определим объем  $V_2$  большого шприца, при котором это происходит. Пусть поршень в малом шприце приходит в движение при давлении в трубке, превышающем атмосферное давление  $P_0$  на величину  $\Delta P$ . Тогда по закону Бойля-Мариотта

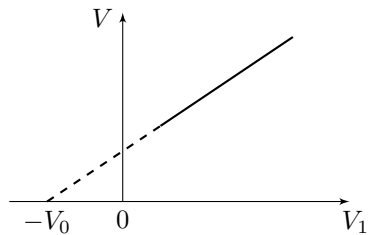
$$P_0(V_1 + V_0) = (P_0 + \Delta P)(V_2 + V_0).$$

Здесь за  $V_0$  обозначен внутренний объем трубки. После преобразований

$$V_1 - V_2 = \frac{\Delta P}{P_0 + \Delta P}(V_1 + V_0).$$

Если теоретическая модель верна, то при построении графика зависимости величины  $\Delta V = V_1 - V_2$  от  $V_1$  мы должны получить линейную зависимость, причем продолжение прямой  $\Delta V(V_1)$  будет пересекать ось  $V_1$  в точке  $V_1 = -V_0$  (см. рисунок).

Для повышения точности каждый опыт проведем три раза с последующим усреднением результатов.

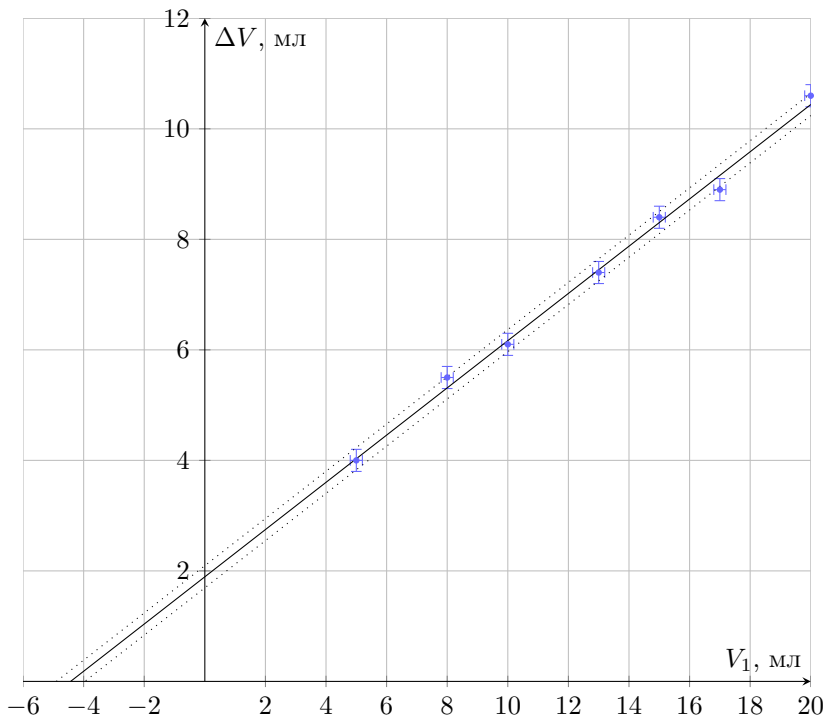


$$\Delta V_{\text{ср}} = V_1 - \frac{V_{2_1} + V_{2_2} + V_{2_3}}{3}$$

Экспериментальные данные

$V_1$ , мл	$V_{21}$ , мл	$V_{22}$ , мл	$V_{23}$ , мл	$\Delta V_{\text{ср}}$ , мл
20.0	9.5	9.3	9.5	10.6
17.0	8.0	8.2	8.0	8.9
15.0	6.5	6.5	6.7	8.4
13.0	5.7	5.5	5.5	7.4
10.0	4.0	3.7	4.0	6.1
8.0	2.5	2.5	2.5	5.5
5.0	1.0	1.0	1.0	4.0

График  $\Delta V_{\text{ср}}(V_1)$ .



Продолжение графика до пересечения с осью абсцисс позволяет определить значение  $V_0 \approx 4.5$  мл.

Оценим погрешность. Погрешность измерения объема равна цене деления  $\Delta V \approx 0.2$  мл. Из серии измерений видно, что разброс значений укладывается в приборную погрешность, то есть  $\Delta V_{\text{приб}} \approx \Delta V_{\text{случ}}$ .

Тогда

$$\Delta_{V_{\text{полн}}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{V_{\text{приб}}}}{3}\right)^2 + \Delta_{V_{\text{случ}}}^2} \approx \Delta_{V_{\text{приб}}} = 0.2 \text{ мл}$$

Для оценки погрешности  $V_0$  проведем две вспомогательные прямые, проходящие через края крестов ошибок и показывающие допустимое отклонение в  $V_0$ .

$$\Delta V_0 = \frac{V_{0\text{макс}} - V_{0\text{мин}}}{2} = \frac{5.0 - 3.8}{2} = 0.6 \text{ мл}$$

Окончательный результат  $V_0 = (4.5 \pm 0.6) \text{ мл}$ .

### Задача №11-Е2. Колебания кольца

В таблице приведены результаты измерений периода колебаний кольца при различных массах груза. В качестве груза использовались гайки, который закреплялись на внутренней поверхности кольца с помощью небольшой полоски скотча.

M8, шт.	M10, шт.	$m$ , г	$N$	$t_1$ , с	$t_2$ , с	$t_3$ , с	$t_4$ , с	$t_5$ , с	$T_{\text{ср}}$ , с
1	0	4.5	5	8.84	9.04	9.28	9.06	9.24	1.82
0	1	10.2	5	6.36	6.49	6.57	6.60	6.30	1.29
0	2	20.4	10	9.30	9.50	9.22	9.38	9.42	0.94
0	3	30.6	10	7.77	7.76	7.81	7.81	7.90	0.78
0	4	40.8	10	6.70	6.85	6.87	6.87	6.98	0.69
0	6	61.2	10	5.85	5.62	5.75	5.77	5.78	0.58
0	10	102.0	10	4.75	4.70	4.63	4.72	4.64	0.47

При повороте кольца относительно положения равновесия на угол  $\varphi$  потенциальная энергия груза увеличивается на  $\Delta E_{\text{п}} = mgR(1 - \cos \varphi)$ . При малых  $\varphi$   $\cos \varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2}$ . Отсюда  $\Delta E_{\text{п}} \approx mgR\frac{\varphi^2}{2}$ . При малых колебаниях кинетической энергией груза можно пренебречь, так как его скорость составляет величину порядка  $R\dot{\varphi}$ , соответственно его кинетическая энергия — величина порядка  $\frac{mR^2(\dot{\varphi})^2}{2}$  — много меньше кинетической энергии всего кольца  $E_{\text{к}} = MR^2\dot{\varphi}^2$ .

Закон сохранения энергии при колебаниях

$$MR^2\dot{\varphi}^2 + mgR\frac{\varphi^2}{2} = \text{const.}$$

Отсюда

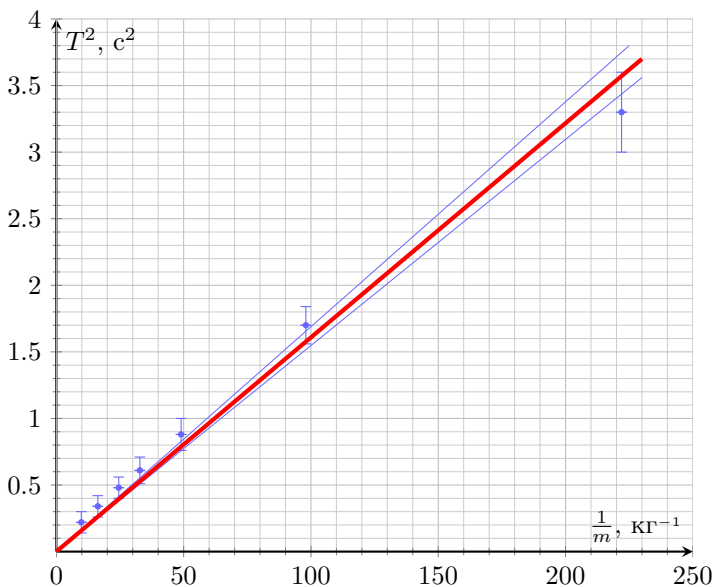
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2MR}{mg}}.$$

Из полученного в п.2 выражения  $T = Am^{-0.5}$ , где  $A = 2\pi\sqrt{\frac{2MR}{g}}$ , после возведения в квадрат получаем

$$T^2 = \frac{8\pi^2 MR}{g} \cdot \frac{1}{m}.$$

При соответствии экспериментальных данных этой теоретической модели зависимость  $T^2 \left(\frac{1}{m}\right)$  должна быть линейной с угловым коэффициентом  $k = \frac{8\pi^2 MR}{g}$ . Результаты такой обработки экспериментальных данных представлены в таблице и на графике.

$T^2, \text{с}^2$	3.3	1.7	0.88	0.61	0.48	0.34	0.22
$m^{-1}, \text{кг}^{-1}$	222	98	49	32.8	24.5	16.3	9.8



Погрешность определения значения  $T^2$  оценим как  $\Delta(T^2) = 2T\Delta T$ , где  $\Delta T = \sqrt{(\Delta T_{\text{сист}})^2 + (\Delta T_{\text{сл}})^2}$ . Величину  $\Delta T_{\text{сист}}$  считаем равной  $\frac{\Delta t}{N} \approx 0.05 \text{ с}$  ( $\Delta t$  — погрешность определения времени 10 колебаний), случайная погрешность данных много меньше  $\Delta T_{\text{сл}} \ll \Delta T_{\text{сист}}$ . График зависимости  $T^2 \left(\frac{1}{m}\right)$  с учетом погрешности  $T^2$  представлен на рисунке. Определенное по графику значение углового коэффициента  $k = 0.16 \pm 0.01 \text{ кг} \cdot \text{с}^2$ . Отсюда масса пластмассового кольца  $M = 36 \pm 2 \text{ г}$ .

Шифр

 $\Sigma$ **11-Е1. Внутренний объем трубки**

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1	Идея измерения объема с использованием уравнения состояния идеального газа.	2.0		
2	Идея использования бумажной шкалы для уточнения шкалы шприца.	1.0		
3	Использование одного и того же начального положения поршня шприца, по которому ловится момент сдвига.	2.0		
4	Использование «нулевого» положения в качестве начального для поршня шприца, по которому ловится момент сдвига.	2.0		
5	Для каждого объема $V_1$ выполнена серия не менее, чем из 3 экспериментов, и в работе присутствуют значения $V_2$ для каждого эксперимента из серии.	1.0		
6	Количество разных значений $V_1$ . По 0.5 за точку, но не более 3.5.	7 точек по 0.5		
7	Записано уравнение состояния идеального газа.	1.0		
8	Получена расчетная формула, позволяющая определить внутренний объем трубки.	2.0		

	<b>Проверена работоспособность выбранной модели.</b>			
	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Вариант 1.</b> Построен линеаризованный график. В этом случае построение графика оценивается в пунктах 9-12.</li> <li>● <b>Вариант 2.</b> Объем трубки вычислен для каждого опыта и явным образом указано, что значения получаются примерно равными или при усреднении осуществлен отброс явно выбивающихся значений. В этом случае баллы за пункты 9-12 ставятся в полном объеме. Аналогично оцениваются иные методы, позволяющие подтвердить корректность выбранной модели.</li> <li>● <b>Вариант 3.</b> Обработка данных производилась методом МНК. В этом случае баллы за пункты 9-12 НЕ ставятся, так как из МНК нельзя сделать вывод о работоспособности модели. Аналогично оцениваются иные методы, НЕ позволяющие подтвердить корректность выбранной модели.</li> </ul>			
9	График: размер и подпись осей	0.5		
10	График: оцифровка осей	0.5		
11	График: нанесение точек	0.5		
12	График: линия графика	0.5		
13	Значение объема в пределах 15% от истинного значения — в пределах 30% от истинного значения	2.5  1.0		
14	Оценка погрешности	1.0		

Шифр

 $\Sigma$ 

## 11-Е2. Колебания кольца

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Экспериментально исследована $T(m)$ . Приведена таблица значений. За каждое значение $m$ ставится 0.5 балла (даже при отсутствии повторных измерений). Максимум 2.5 балла	5 точек по 0.5		
1.2	Для каждой из точек проведены повторные измерения (не менее 3). Максимум 2.5 балла	5 точек по 0.5		
2.1	Корректно получена теоретическая формула для периода колебаний $T = 2\pi\sqrt{\frac{2MR}{mg}}$ <i>Примечание:</i> Баллы за пункт не ставятся вообще, если метод определения $T$ не корректен, даже если в результате получено похожее на верное выражение. — Если допущена ошибка в численном коэффициенте (например, вместо $\sqrt{\frac{2MR}{mg}}$ получено $\sqrt{\frac{MR}{mg}}$ )	5.0     2.0		
3.1	Идея графической обработки результатов в виде зависимости $T^2(m^{-1})$ или равноценный ему график зависимости $\ln T(\ln m)$ . <i>Примечание:</i> Баллы за этот пункт и 4 следующих пункта ставятся только при наличии графика.	2.0		
3.2	График: размер и подпись осей	0.5		
3.3	График: оцифровка осей	0.5		
3.4	График: нанесение точек	0.5		
3.5	График: линия графика	0.5		
4.1	При корректном использовании построенного графика через значение углового коэффициента для зависимости $T^2(m^{-1})$ или через значение $\ln A$ при логарифмической обработке ( $A = 2\pi\sqrt{2MR/g}$ ), определена масса кольца. Ответ без учета погрешности попадает в диапазон $M \pm 0.1M$ — Ответ без учета погрешности попадает в диапазон $M \pm 0.15M$ — Ответ без учета погрешности попадает в диапазон $M \pm 0.2M$ — При корректном подходе, однако результат не попадает в указанные диапазоны из-за некачественных экспериментальных данных или некачественной обработки — 1 балл	4.0    3.0 2.0 1.0		

4.2	Корректная оценка систематической и случайной погрешности при определении $T$ для конкретных значений $t$	1.0		
4.3	Корректная оценка погрешности при определении $M$ (например, при использовании графика) <i>Примечание:</i> Баллы за пункт ставятся только при наличии результатов, оцениваемых в п. 4.2	1.0		