

## 11 класс

### Задача №1. Звук в сосуде

#### Оборудование

- цилиндрическая полипропиленовая трубка
- мерный цилиндр (объем 100 мл)
- мерный цилиндр (объем 50 мл, диаметр 22,5 мм)
- стакан с водой (200 мл)
- компьютер с установленной программой анализа звукового спектра
- встроенный в компьютер микрофон
- миллиметровая бумага А4 для построения графиков.

#### Теоретическая справка

При распространении звуковых волн в газе частицы воздуха колеблются вдоль направления распространения звуковой волны (продольные волны). Это приводит к локальным изменениям плотности газа  $\rho$  и его давления  $p$ . В гармонических звуковых волнах, распространяющихся вдоль оси  $Ox$ , изменение давления  $\Delta p$  по отношению к равновесному зависит от координаты  $x$  и от времени  $t$  по закону

$$\Delta p(x,t) = p_0 \cos(\omega t \pm kx), \quad (1)$$

где  $p_0$  — амплитуда колебаний давления.

Знаки «+» и «-» в аргументе косинуса соответствуют двум направлениям распространения волны («-» в положительном направлении, «+» в отрицательном). Частота колебаний  $f$ , циклическая частота  $\omega$ , волновое число  $k$ , длина волны  $\lambda$ , скорость звука  $c$  связаны соотношениями

$$\omega = 2\pi f, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad c = \lambda f.$$

Уравнение (1) представляет собой уравнение плоской бегущей волны. В случае взаимодействия или интерференции двух встречных плоских волн возникает колебательный процесс, который называется *стоячей волной*. При сложении уравнений для двух бегущих навстречу волн одинаковой амплитуды получается уравнение стоячей волны

$$\Delta p(x,t) = 2p_0 \cos(kx) \cos(\omega t).$$

Здесь выражение  $2p_0 \cos(kx)$  представляет собой амплитуду колебаний давления в точке пространства с координатой  $x$ . В точках, координаты которых удовлетворяют условию  $|\cos(kx)| = 1$  или

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm n\pi, \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (2)$$

амплитуда колебаний достигает максимального значения. Такие точки называются *пучностями* волны и их координаты равны  $x_{\text{п}} = \pm n \frac{\lambda}{2}$ . В точках, для которых  $\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = 0$  или

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right) \pi, \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (3)$$

амплитуда колебаний равна нулю. Такие точки называются узлами стоячей волны и их координаты равны  $x_{\text{у}} = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}$ . Отметим, что точки, соответствующие узлам давления являются *пучностями* перемещений частиц среды, в которой возбуждена стоячая волна. Наоборот, в точках с пучностями давлений наблюдаются узлы волны для перемещений частиц. Звуковые волны в газах обычно представляют сумму колебаний с множеством различных частот. Одной из основных характеристик звуковых колебаний является *спектр*. Под спектром понимают совокупность гармонических колебаний различных частот, на которые может быть разложено сложное колебательное движение. График спектра представляет собой функцию, описывающую зависимость амплитуды *гармоник* от их частот. Один из интересных объектов при изучении звуковых колебаний — резонатор в виде трубы, заполненной воздухом открытой с обоих концов, либо закрытой с одного конца. Воздух, ограниченный объемом трубы, является колебательной системой. Как любая колебательная система, выведенный из положения равновесия воздух внутри трубы совершает свободные колебания, называемые собственными или нормальными колебаниями. Частоты, на которых система совершает нормальные колебания, называются собственными частотами или нормальными модами. При возбуждении звуковых колебаний у открытого конца трубы воздух в трубе совершает колебания с частотами, соответствующими собственным. Спектр собственных колебаний зависит от того, открыт или закрыт второй край трубы. Если оба конца трубы открыты, то в трубе возникают стоячие волны, для которых узлы давления располагаются на концах трубы. Длина таких волн соответствует условию

$$L = n \frac{\lambda}{2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

где  $L$  — длина трубы. Для закрытой с одного конца трубы стоячие волны характеризуются пучностью давления (узлом для смещения частиц) на закрытом конце трубы и узлом давления на открытом. В этом случае связь между длиной трубы и длиной волны определяется выражением

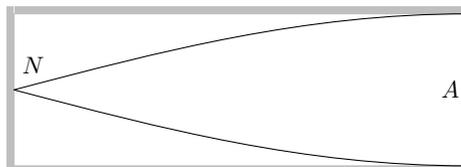
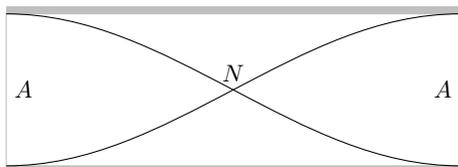
$$L = n \frac{\lambda}{4}, \quad (n = 1, 3, 5, \dots).$$

Для наглядности ниже представлены схемы первых гармоник для открытой и закрытой труб. Гармоника, соответствующая самой низкой собственной частоте

(самой большой длине волны) называется основным (нулевым) обертоном, далее с увеличением частоты следуют первый, второй и так далее обертона. На схемах представлены стоячие волны смещения частиц. Буквы  $N$  на схемах соответствуют нулевому смещению частиц (узлам стоячей волны смещения), буквы  $A$  — максимальной амплитуде стоячей волны смещения.

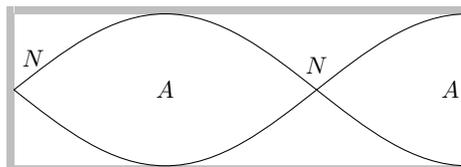
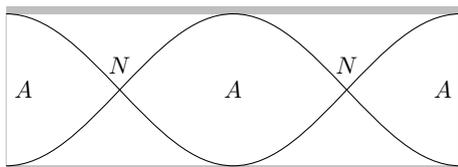
**Открытая труба**

**Закрытая труба**



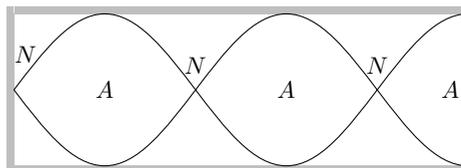
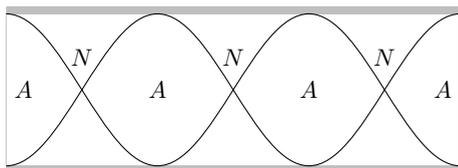
Основной резонанс

Основной резонанс



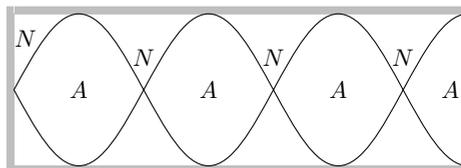
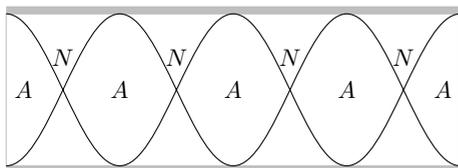
Первый обертон

Первый обертон



Второй обертон

Второй обертон



Третий обертон

Третий обертон

Рисунок 1

В нашей работе при анализе спектра звука в цилиндрических трубах предла-

гается использовать программу Audacity, установленную на Вашем компьютере. Для возбуждения звуковых колебаний следует продуть воздух вблизи открытого конца трубки. Делать нужно это так, чтобы получалось достаточно громко.

Проделайте несколько измерений для выявления лучших условий, дающих хорошую картину пиков. Старайтесь располагать цилиндры и трубку поблизости с компьютером, но не направляйте поток воздуха на сам компьютер. Для начала записи нажмите на характерную красную кнопку и остановите после 5-10 секунд непрерывного выдувания.

Для анализа спектра нужно выделить либо всю дорожку либо ее часть и выбрать в меню следующий пункт (см. рисунок 2):

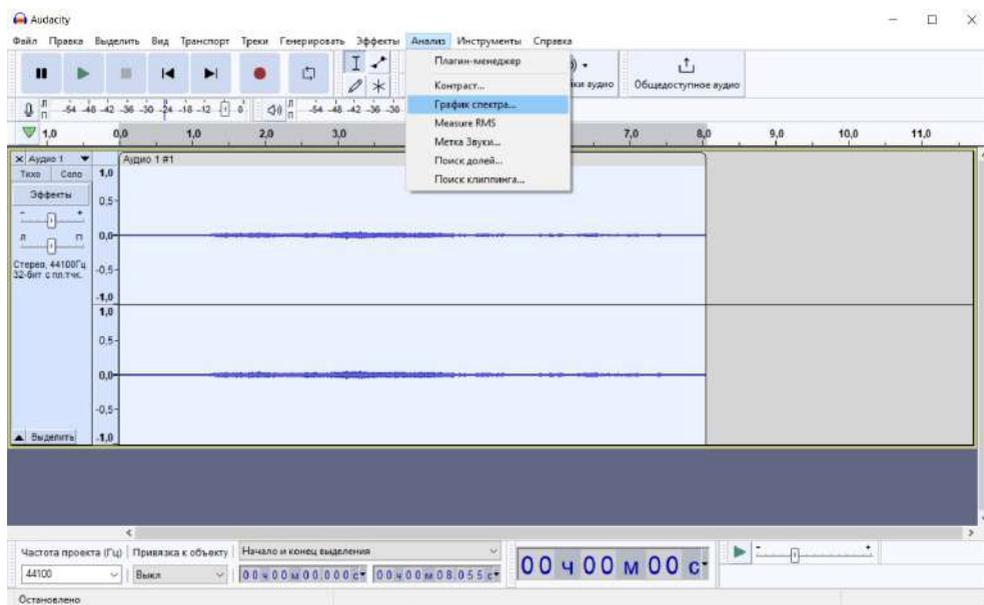


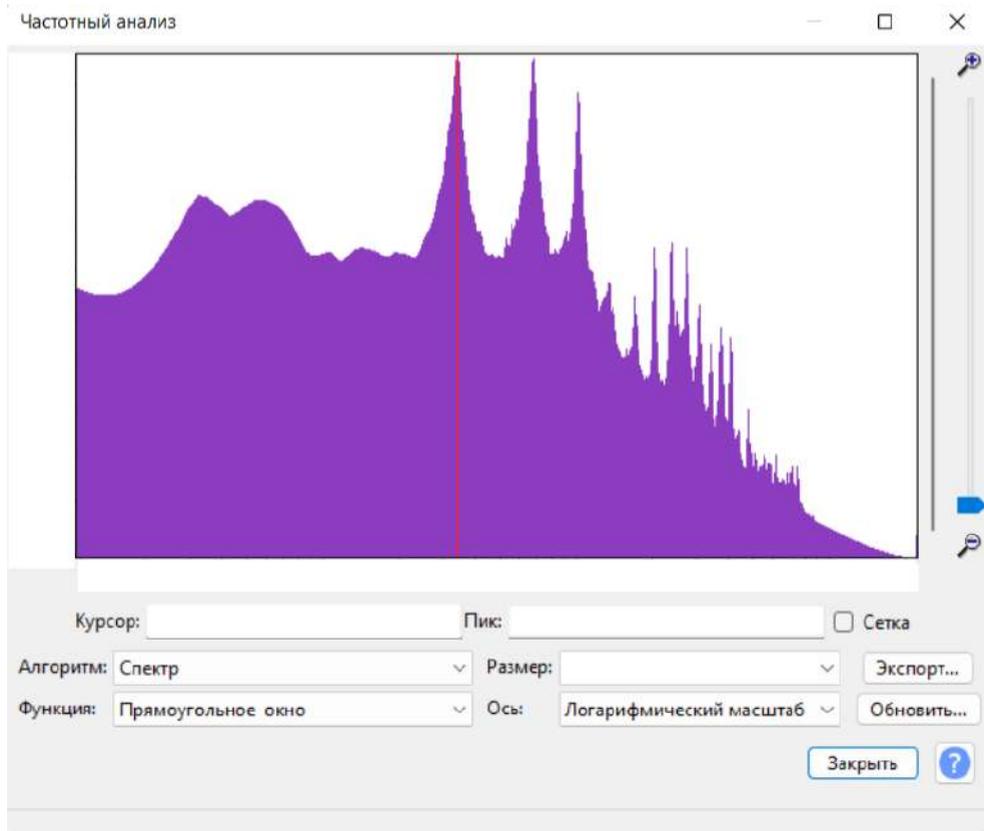
Рисунок 2

На рисунке 3 в качестве примера представлен спектр звукового сигнала, зарегистрированный при продувании воздуха вблизи открытого конца трубки, полученный с помощью этой программы.

На графике хорошо выделяются пики, соответствующие частотам стоячих волн в цилиндре. Чтобы понять каким значениям  $n$  в формулах (2) и (3) они соответствуют, воспользуйтесь приблизительным значением скорости звука  $c = 340$  м/с.

Один из параметров, который вы можете регулировать для получения оптимальной картины — «Размер», который отвечает за степень дискретизации

спектра: при уменьшении **Размера** пики сглаживаются и снижается точность определения положения их максимума, а при большом **Размере** появляются дополнительные пики, не соответствующие резонансным частотам.



1. Создайте папку на рабочем столе, назвав ее, используя следующий шаблон: ААММ (АА — номер аудитории, например 03 или 12, ММ — номер вашего места, например 05 или 13). Получите спектр звуковых колебаний в трубке ПВХ, длина которой  $L = (50,0 \pm 0,4)$  см, при открытых концах. Сохраните его, нажав на кнопку «Экспорт», в созданную вами папку, назвав файл по шаблону 1ЕХ, где Х — порядковый номер спектра в данном пункте задачи. Для этого пункта требуется выполнить серию измерений (не менее 3). **Внимание!** Сохраняйте только те спектры, которые будут использованы в решении. Все используемые вами данные должны быть подтверждены файлом со спектром, только они будут оценены. Используя представления о спектре стоячих волн, возникающих в

трубке, уточните скорость звука в воздухе при температуре помещения. Строить график в этом и в следующем пунктах не нужно.

2. Повторите п.1 для трубки с одним закрытым концом. Спектры для этого пункта сохраняйте по шаблону 2EX, где X — порядковый номер спектра в данном пункте задачи. Сравните полученные результаты и оцените их погрешность. Для этого пункта требуется выполнить серию измерений (не менее 3).

3. Исследуйте изменение спектра стоячих волн, возникающих в мерном цилиндре (100 мл) в зависимости от объёма воды в нём. Для этого рассматривайте только один из пиков, соответствующий основному резонансу. Спектры для этого пункта сохраняйте по шаблону 3EX, где X — порядковый номер спектра в данном пункте задачи. Предложите график зависимости измеряемых величин, по данным которого определите высоту  $H$  и внутренний диаметр  $D$  мерного цилиндра и оцените погрешность полученных результатов. Измерения проводите в пределах шкалы мерного цилиндра, не менее 5 значений.

4. Вообще говоря, частоты стоячих волн в цилиндрах зависят не только от длины цилиндра, но и от его диаметра. Узлы и пучности располагаются не точно по краям цилиндров. Эмпирические исследования показывают, что с неплохой точностью эффективная длина цилиндра  $L_{\text{эфф}}$  может быть получена при использовании формулы

$$L_{\text{эфф}} = L + \beta \cdot D,$$

где  $D$  — внутренний диаметр цилиндра,  $\beta$  — безразмерный коэффициент.

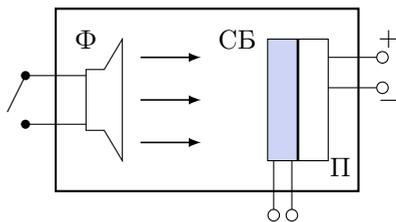
Исследуйте зависимость  $L_{\text{эфф}}$  для мерного цилиндра объемом 50 мл при разных объёмах воды в нём. Для этого рассматривайте только один из пиков, соответствующий основному резонансу. Спектры для этого пункта сохраняйте по шаблону 4EX, где X — порядковый номер спектра в данном пункте задачи. Измерения проводите в пределах шкалы мерного цилиндра, не менее 5 значений. Оцените погрешность полученных величин.

5. Используя полученные экспериментальные данные, постройте график зависимости, по которому определите значение  $\beta$  в формуле для  $L_{\text{эфф}}$ . В вычислениях используйте полученную ранее скорость звука.

Если же выполнить первый пункт не удалось, то примите скорость звука равной  $c = 340$  м/с. Укажите это в решении.

## Задача №2. Солнечные батареи

В настоящее время доля солнечных батарей в выработке электроэнергии быстро увеличивается. Это объясняет повышенный интерес к эффективности солнечных батарей и влияющим на неё факторам. Одним из таких факторов является температура. В



данной работе предлагается исследовать влияние температуры на эффективность преобразования энергии светового излучения в электрическую энергию для небольшой солнечной батареи.

**Перечень оборудования:** бокс с фонариком (Ф), солнечной батареей (СБ), элементом Пельтье (П) и разъемами для их подключения (см. рис.), мультиметр, потенциометр с максимальным сопротивлением 10 кОм, регулируемый источник питания для элемента Пельтье, два провода крокодил-крокодил, миллиметровая бумага.

### *Комментарии к оборудованию*

**Элемент Пельтье:** элемент Пельтье представляет собой термоэлектрический полупроводниковый преобразователь, между двумя поверхностями которого возникает разность температур при протекании через него электрического тока. В данной работе предлагается использовать элемент Пельтье только для нагрева СБ. Контакты элемента Пельтье (красный и черный провода) через специальный разъем подключаются к регулируемому блоку питания. *Перед включением питания элемента Пельтье убедитесь, что регулятор напряжения находится в крайнем левом положении.*

**Фонарик:** в качестве источника света используется светодиодный фонарик. Фонарик включается при нажатии кнопки переключателя. Питание фонарика осуществляется от USB ноутбука.

**Солнечная батарея:** полупроводниковое устройство, преобразующее энергию света в электрическую. При освещении СБ между ее контактами возникает напряжение. Контакты СБ — два провода одинакового цвета с залуженными концами. Их подключение производится с помощью проводов крокодил-крокодил. На боксе приводится номер экспериментальной установки, *который необходимо написать в начале работы*, а также угловой коэффициент в зависимости напряжения холостого хода  $U_{xx}$  от температуры СБ ( $\Delta U_{xx}/\Delta T$ ). Обратите внимание, что с ростом температуры величина  $U_{xx}$  *снижается*.

**Регулирование и определение температуры СБ:** Температуру предлагается регулировать при помощи элемента Пельтье посредством изменения напряжения на его выводах. Крепление СБ на поверхность элемент Пельтье осуществляется с помощью хорошо проводящего тепло термоскотча. Для определения температуры СБ используется линейность зависимости напряжения холостого хода от температуры  $U_{xx}(T)$  (за  $U_{xx}$  принимается напряжение на СБ при разомкнутых контактах и включенном фонарике) в диапазоне температур от  $-10^\circ\text{C}$  до  $+70^\circ\text{C}$ . *Если при включении фонарика напряжение  $U_{xx}$  ниже 0,5 В обратитесь к дежурному.*

### *Задание*

1. Изменяя сопротивление нагрузки (потенциометра) при температуре помещения, исследуйте зависимость мощности СБ, отдаваемой во внешнюю цепь, от сопротивления нагрузки  $P(R)$ . Приведите график этой зависимости (не менее 15

точек). Определите максимальную мощность. Температура в помещении будет задана дополнительно. Порядок измерений следующий:

- при выключенном фонарике установите определенное сопротивление потенциометра,
- включите фонарик и как можно быстрее произведите измерение,
- после измерения напряжения сразу выключите фонарик.

Если фонарик не выключать, то будет происходить дополнительный нагрев СБ.

2. Исследуйте зависимость **максимальной** мощности СБ, отдаваемой во внешнюю цепь, от температуры СБ (не менее 4-х значений температуры, включая комнатную). Постройте график зависимости максимальной мощности СБ от температуры  $P_{max}(T)$ . Графики зависимости мощности от сопротивления нагрузки для отдельных серий измерения (как в п.1) строить **не обязательно**. Необходимое количество точек для нахождения  $P_{max}(T)$  определите самостоятельно. Приведите использованные экспериментальные данные. Изменение температуры должно осуществляться путем изменения напряжения на элементе Пельтье. Имейте в виду, что равновесная температура при заданном напряжении устанавливается довольно долго (до 20 минут). Об установлении равновесия можно судить по прекращению значимых изменений напряжения холостого хода СБ ( $U_{xx}$ ). Если вы после измерений при высоких температурах захотите повторить измерения при более низкой температуре, охлаждение также может занять значительное время. Учитывайте это, планируя эксперимент. Рекомендуемый диапазон изменения напряжения на выводах элемента Пельтье от 3 В до 6 В. Примерное значение напряжения отображается на блоке питания элемента Пельтье. **Не превышайте рекомендуемое напряжение! В противном случае элемент Пельтье может выйти из строя. Замена элемента не предусмотрена.**

3. В линейном приближении определите угловой коэффициент зависимости  $P_{max}(T)$ .

4. В предложенной ниже таблице приведены средние дневные температуры в Сочи и в Чите за период весна-лето и суммарные инсоляции тех же городов за тот же период времени. Под инсоляцией в данном случае понимается суммарная энергия солнечного излучения, приходящаяся на единицу площади (за определенный период). Предположим, что в Сочи и в Чите расположены две одинаковые СБ, которые используются оптимальным способом. Найдите отношение энергий, которые вырабатываются этими батареями в Сочи и в Чите за период с марта по август. Считайте, что вырабатываемая энергия СБ при заданной температуре прямо пропорциональна инсоляции. Используйте данные таблицы и результаты ваших измерений зависимости максимальной мощности СБ от температуры, эту зависимость считайте линейной в рассматриваемом диапазоне температур. Приведите формулы, которые вы использовали для вычисле-

ний. Сравните отношение энергий с отношением суммарных инсоляций.

Сочи, 43,6° с.ш.	Средняя дневная темпе- ратура, °С	Суммарная инсоляция опти- мально располо- женной площадки за ме- сяц, кВт · час/м <sup>2</sup>	Чита, 52,0° с.ш.	Средняя дневная темпе- ратура, °С	Суммарная инсоляция опти- мально располо- женной площадки за ме- сяц, кВт · час/м <sup>2</sup>
Март	11,0	123,6	Март	-1,0	158,4
Апрель	14,9	138,6	Апрель	5,5	165,6
Май	20,2	176,7	Май	14,6	173,7
Июнь	25,0	203,7	Июнь	21,1	169,2
Июль	27,8	212,7	Июль	24,3	153,9
Август	28,8	188,7	Август	20,7	140,7