Шифр

$\sum$

11-Т1. Щель Кассини

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Использование параксиального приближения ($\sin\alpha \approx \alpha \approx \operatorname{tg}\alpha$)	0.5		
1.2	Записано выражение для угла полураствора конуса $\operatorname{tg}\alpha = \frac{D-d}{2h} = \frac{3d}{2h}$	0.5		
1.3	Указано (или используется в решении), что картина на экране формируется пучками лучей, испытавшими разное количество отражений от зеркала	0.5		
1.4	Найдены углы выхода лучей после первого и второго отражений $\alpha_1 = 2\alpha$ $\alpha_2 = 4\alpha$ *Если указана общая формула $\alpha_N = 2N\alpha$, за пункт ставится полный балл*	2 точки по 0.5		
1.5	**Метод 1.** Предложено использовать метод развертки и проведено правильное построение «веера» трапеций	0.5		
1.6	**Метод 1.** Приведена оптическая схема хода лучей, образующих кольца	0.5		
1.7	**Метод 1.** Указаны радиусы внутренней и внешней окружностей (либо другие необходимые геометрические параметры)	0.5		
1.8°	**Метод 2.** Проведено правильное построение хода лучей с разбиением поверхности конуса на зоны с разным количеством отражений выходящего из конуса луча	0.5		
1.9°	**Метод 2.** Корректно указана область однократных отражений	0.5		
1.10°	**Метод 2.** Корректно указана область двукратных отражений	0.5		
1.11	Обоснование наличия на экране ровно двух колец	1.0		
1.12	Диаметр центрального пятна $d_0 = d$	0.4		
1.13	Радиус первого кольца $R_1 = \frac{3dL}{h}$	0.4		
1.14	Ширина первого кольца $d_1 = d$	0.4		
1.15	Радиус второго кольца $R_2 = \frac{6dL}{h}$	0.4		
1.16	Ширина второго кольца $d_2 = \frac{d}{2}$	0.4		

1.17	Геометрические параметры из предыдущих пунктов корректно отображены на рисунке	5 точек по 0.4		
2.1	Указано (в решении или на рисунке), что плоскость экрана для линзы совпадает с фокальной	0.5		
2.2	Обосновано, что в центре экрана находится точка	0.2		
2.3	Указано, что кольца тонкие	0.4		
2.4	Радиус первого кольца $R_1' = \frac{R_1}{2}$	0.4		
2.5	Радиус второго кольца $R_2' = \frac{R_2}{2}$	0.4		
2.6	На рисунке указана центральная точка ***Балл за пункт ставится только при наличии пункта 2.2***	0.2		
2.7	Радиусы колец корректно изображены на рисунке, либо картина явна описана	2 точки по 0.4		

Шифр

$\sum$

11-Т2. Похоже на Сатурн

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Записано выражение для электрического поля шара: $$\vec{E} = \frac{Q\vec{R}}{4\pi\varepsilon_0 R^3}.$$	0.5		
1.2	Предложен метод определения электрического поля кольца на его оси: **Первый способ:** Получено выражение для электрического поля на оси окружности, заряженной по периметру: $$dE_z = \frac{z dq}{4\pi\varepsilon_0(r'^2 + z^2)^{3/2}}$$ **Второй способ:** записано выражение для нормальной компоненты электрического поля плоского слоя: $$E_n = \frac{\sigma\Omega}{4\pi\varepsilon_0}$$	1.0		
1.3	Определено электрическое поле на его оси: $$E_z = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$	2.0		
1.4	Указано в явном виде, что компоненту E_z электрического поля можно считать не зависящей от r.	0.5		
1.5	Указано в явном виде, что компоненту E_r электрического поля можно считать не зависящей от z.	0.5		

1.6	Предложен метод определения компоненты электрического поля кольца, перпендикулярной его оси: **Первый способ:** Идея воспользоваться теоремой Гаусса для цилиндра, соосного с кольцом: $$\Phi = \Phi_{\text{осн}} + \Phi_{\text{бок}} = 0$$ **Второй способ:** Правильно указано направление электрического поля зарядов, распределённых равномерно по окружности, и записано выражение для проекции электрического поля элементарного заряда для данного направления: $$dE_r = -\frac{dq(r'\cos\varphi - r)}{4\pi\varepsilon_0(r'^2 + r^2 - 2r'r\cos\varphi)^{3/2}}$$	1.5		
1.7	Определена компонента электрического поля кольца, перпендикулярная оси с точностью до общего безразмерного множителя: $$E_r \sim\ r\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$	1.0		
1.8	Определена компонента электрического поля кольца, перпендикулярная оси: $$E_r = -\frac{\sigma r}{4\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$	1.5		
1.9	Обосновано, что величина электрического поля принимает экстремальные значения при $\alpha_1 = 0$ и $\alpha_2 = \pm\pi/2$.	1.0		

1.10	Определены экстремальные значения величин электрического поля E_1 и E_2 (по 0.5 балла за каждое): $$E_1 = E(0) = \left\lvert \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} - \frac{\sigma R}{4\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right\rvert$$ $$E_2 = E(\pi/2) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} + \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$	2 точки по 0.5		
2.1	Определена величина σ: $$\sigma = \frac{Q r_1 r_2}{R^3 \pi (r_2 - r_1)}$$	0.5		
2.2	Показано, что для всех точек на расстоянии больше $0.1R$ от плоскости кольца при найденной σ выполнено требуемое условие.	1.0		

Шифр

$\sum$

11-Т3. Кружатся диски

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	**Метод 1.** Получена правильная формула для ЭДС индукции, связанной с вращением диска.	1.0		
1.2	**Метод 1.** Правильно записано уравнение баланса напряжений в цепи (2-й закон Кирхгофа) с учётом ЭДС индукции с точностью до знака.	1.5		
1.3	**Метод 1.** Слагаемое ЭДС индукции имеет правильный знак.	0.5		
1.4	**Метод 1.** Используется правильное выражение для энергии системы, состоящей из энергии конденсатора, энергии катушки индуктивности и кинетической энергии диска, в котором для каждого из слагаемых приведена корректная формула.	1.0		
1.5	**Метод 1.** Правильно записано уравнение, в котором скорость изменения энергии системы приравнена к мощности, развиваемой источником.	1.5		
1.6	**Метод 1.** Уравнение приведено к виду, связывающему производные функций $q(t)$ и $\omega(t)$.	0.5		
1.7°	**Метод 2.** Получена правильная формула для ЭДС индукции, связанной с вращением диска.	1.0		
1.8°	**Метод 2.** Правильно записано уравнение баланса напряжений в цепи (2-й закон Кирхгофа) с учётом ЭДС индукции с точностью до знака.	1.5		
1.9°	**Метод 2.** Слагаемое ЭДС индукции имеет правильный знак.	0.5		
1.10°	**Метод 2.** Используется правильная формула для момента сил Ампера, действующих на токи в "тонком кольце"диска.	1.0		
1.11°	**Метод 2.** Получено правильное выражение для полного момента сил Ампера, действующих на токи в диске.	1.5		
1.12°	**Метод 2.** Записано правильное уравнение вращательного движения для диска.	0.5		

1.13°	**Метод 3.** Используется правильное выражение для энергии системы, состоящей из энергии конденсатора, энергии катушки индуктивности и кинетической энергии диска, в котором для каждого из слагаемых приведена корректная формула.	1.0		
1.14°	**Метод 3.** Правильно записано уравнение, в котором скорость изменения энергии системы приравнена к мощности, развиваемой источником.	1.5		
1.15°	**Метод 3.** Уравнение приведено к виду, связывающему производные функций $q(t)$ и $\omega(t)$.	0.5		
1.16°	**Метод 3.** Используется правильная формула для момента сил Ампера, действующих на токи в "тонком кольце"диска.	1.0		
1.17°	**Метод 3.** Получено правильное выражение для полного момента сил Ампера, действующих на токи в диске.	1.5		
1.18°	**Метод 3.** Записано правильное уравнение вращательного движения для диска.	0.5		
1.19	Получено уравнение связи заряда конденсатора и угловой скорости диска, эквивалентное следующему: $$q(t) = \frac{2m\omega(t)}{B}$$	2.0		
1.20	Получено уравнение гармонических колебаний для $\omega(t)$, $q(t)$ или $I(t)$.	1.0		
1.21	Найдена амплитуда гармонических колебаний или диапазон изменения угловой скорости.	0.5		
1.22	С учетом начальных условий найдена разность фаз между начальным моментом времени и моментом первого достижения максимальной угловой скорости.	0.5		
1.23	Получен правильный ответ для ω_{max}.	1.0		
1.24	Получен правильный ответ для τ.	1.0		

Шифр

$\sum$

11-Т4. Адиабатическая анизотропия

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Первое начало термодинамики для идеального газа приведено к виду: $$\delta Q = C_p dT - V dp$$	1.0		
1.2	Молярная теплоёмкость идеального газа выражена через параметры (p,T): $$C = C_p - \frac{RT}{p} \cdot \frac{dp}{dT}$$ Если данный пункт оценен – пункт 1.1 оценивается автоматически.	0.5		
1.3	Определена молярная теплоёмкость водяного пара (по 0.5 балла за выражение и численное значение): $$C_{\text{нас}} = C_p - \alpha R = -93.9\ \text{Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$$	2 точки по 0.5		
2.1	Указано или следует из решения, что вещество под поршнем может как целиком оставаться в газообразном состоянии, так и частично конденсироваться. Если в работе отдельно рассматриваются процессы с присутствием и отсутствием конденсации – пункт оценивается автоматически (даже если присутствие и отсутствие конденсации не соответствует пункту/не обосновано).	0.5		
2.2	Указано, что вещество целиком находится в газообразном состоянии, если давление в газе меньше давления насыщенного пара при той же температуре.	0.5		

2.3	Получена связь изменения температуры и объёма в сосуде в предположении, что вещество в сосуде целиком остаётся в газообразном состоянии: $$\varepsilon_T = -\frac{R\varepsilon_V}{C_V}$$ Записанное в любом виде уравнение адиабатного процесса (например, продифференцированное уравнение Пуассона) также оценивается в полный балл.	1.0		
2.4	Получена связь изменения давления в сосуде с изменением температуры в предположении, что вещество в сосуде целиком остаётся в газообразном состоянии: $$\varepsilon_p = \frac{C_p\varepsilon_T}{R}$$ Пункт оценивается, если получена явная связь ε_p и ε_T.	0.5		
2.5	С указанием на положительное изменение температуры в сосуде показано, что $$\varepsilon_p < \varepsilon_{p(\text{н.п})}$$ и сделан вывод о том, что вещество в сосуде целиком остаётся в газообразном состоянии. Если явно не указано, что изменение температуры в сосуде положительно – пункт оценивается в ноль баллов.	0.5		
2.6	Определено изменение температуры в сосуде (по 0.5 балла за выражение и численное значение): $$\Delta T = T_0 \cdot \frac{\beta}{C_V/R} = 5.6\ \text{K}$$ Ответ оценивается даже при отсутствии полного обоснования его применимости.	2 точки по 0.5		

3.1	Показано, что пар в сосуде будет частично конденсироваться. Если во втором пункте правильно показано отсутствие конденсации – достаточно лишь указать на присутствие конденсации в третьем пункте.	0.5		
3.2	Продифференцировано уравнение Менделеева - Клапейрона с учётом изменения количества вещества: $$\varepsilon_p + \varepsilon_V = \varepsilon_\nu + \varepsilon_T$$	0.5		
3.3	**Метод 1.** Правильно записано первое начало термодинамики для вещества в сосуде: $$\delta Q_{\text{нас}} + Ldm = 0$$ Данный пункт НЕ оценивается, если под L подразумевается изменение удельной внутренней энергии Δu.	1.0		
3.4	**Метод 1.** Указано, что теплоёмкость неконденсирующейся части водяного пара в сосуде равна теплоёмкости насыщенного пара.	1.0		
3.5	**Метод 1.** Обосновано, что теплоёмкость неконденсирующейся части водяного пара в сосуде равна теплоёмкости насыщенного пара.	0.5		
3.6	**Метод 1.** Записана формула: $$\delta Q_{\text{нас}} = \nu C_{\text{нас}} dT$$	0.5		
3.7	**Метод 1.** Получено выражение для изменения температуры в сосуде: $$\Delta T = -T_0 \cdot \frac{\beta}{\alpha - 1 + \dfrac{(C_p - \alpha R)T_0}{\mu L}}$$	1.0		

3.8°	**Метод 2.** Записано определение удельной теплоты фазового перехода: $$L = \Delta u + A_{\text{уд}}$$ где Δu – разность удельных внутренних энергий насыщенного пара и воды, а $A_{\text{уд}}$ – работа, совершаемая системой при фазовом переходе единицы массы.	0.5		
3.9°	**Метод 2.** Записано приближение для L в предположении $\rho_{\text{н.п}} \ll \rho_{\text{в}}$ $$L = \Delta u + \frac{RT}{\mu}$$	1.0		
3.10°	**Метод 2.** Записано первое начало термодинамики для системы: $$-pdV = \nu C_V dT + \left(L - \frac{RT}{\mu}\right) dm$$	1.5		
3.11°	**Метод 2.** Получено выражение для ΔT: $$\Delta T = -T_0 \cdot \frac{\beta}{\left(1 - \frac{RT}{\mu L}\right)(\alpha - 1) + \frac{C_V T}{\mu L}}$$	1.0		
3.12	Определено численное значение изменения температуры в сосуде: $$\Delta T = -1.2 \text{ К}$$	0.5		

Шифр

$\sum$	

11-Т5. Туда-сюда

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Указано, что модуль силы трения скольжения равен: $$F_{\text{тр}} = mg\sin\alpha$$	0.2		
1.2	Указано, что проекция силы тяжести на плоскость равна $$F_{\text{т}} = mg\sin\alpha$$	0.2		
1.3	Получено выражение для ускорения шайбы в зависимости от угла φ: $$a = 2g\sin\alpha\cos(\varphi/2)$$	0.5		
1.4	Определено ускорение шайбы a_0: $$a_0 = 2g\sin\alpha\cos(\varphi_0/2) \approx 8.49\ \text{м/с}^2$$	0.3		
1.5	Определено ускорение шайбы a_1: $$a_1 = 2g\sin\alpha\cos(\varphi_1/2) \approx 1.76\ \text{м/с}^2$$	0.3		
2.1	**Метод 1.** Из решения следует, что проекции ускорения шайбы a_τ и a_y равны друг другу или что ускорение направлено под углом $\varphi/2$ со скоростью	0.6		
2.2	**Метод 1.** Показано, что величина $v - v_y$ сохраняется при движении шайбы.	2.0		
2.3	**Метод 1.** Определена величина $v - v_y$: $$v - v_y = v_0(1 - \cos\varphi_0)$$	0.4		

2.4	**Метод 1.** Получена зависимость скорости шайбы v от угла φ: $$v(\varphi) = \frac{v_0(1-\cos\varphi_0)}{1-\cos\varphi}$$	0.5		
2.5°	**Метод 2.** Получены выражения для проекций ускорения на две оси, например тангенциальное и нормальное ускорения или a_x и a_y: $$a_\tau = -g\sin\alpha(1+\cos\varphi) \qquad a_n = g\sin\alpha\sin\varphi$$	2 точки по 0.3		
2.6°	**Метод 2.** Записаны выражения для тангенциального и нормального ускорений шайбы, связывающие со временем скорость v и угол φ: $$a_\tau = \dot{v} \qquad a_n = v\dot{\varphi}$$	2 точки по 0.2		
2.7°	**Метод 2.** Получено уравнение с разделяющимися переменными, связывающее v и φ: $$\frac{dv}{v} = -\frac{d\varphi}{\tan(\varphi/2)}$$	0.5		
2.8°	**Метод 2.** Правильно проинтегрирована левая и правая части уравнения с разделяющимися переменными: $$\int\limits_{v_0}^{v}\frac{dv}{v} = \ln\left(\frac{v}{v_0}\right)$$ $$\int\limits_{\varphi_0}^{\varphi}\frac{d\varphi}{\tan(\varphi/2)} = 2\ln\left(\frac{\sin(\varphi/2)}{\sin(\varphi_0/2)}\right)$$	2 точки по 0.5		

2.9°	**Метод 2.** Получена зависимость скорости шайбы v от угла φ: $$v(\varphi) = \frac{v_0(1-\cos\varphi_0)}{1-\cos\varphi}$$	1.0		
2.10	Определена скорость шайбы u: $$u = v_0(1-\cos\varphi_0) \approx 4.00 \text{ м/с}$$	0.5		
2.11	Определена скорость шайбы v_1: $$v_1 = \frac{v_0(1-\cos\varphi_0)}{1-\cos\varphi_1} \approx 2.07 \text{ м/с}$$	0.5		
3.1°	**Метод 3.** Из инварианта, полученного при решении второго пункта, получена связь пути S шайбы и перемещения Δy в направлении оси y с прошедшим временем Δt: $$S - \Delta y = v_0(1-\cos\varphi_0)\Delta t$$	1.0		
3.2°	**Метод 3.** Получена связь пути S, пройденного шайбой к моменту повторного достижения основания доски, с временем t: $$S = v_0(1-\cos\varphi_0)t$$ Если данный пункт оценен – пункт про связь S, Δy и Δt оценивается автоматически.	1.0		
3.3°	**Метод 3.** Из теоремы об изменении кинетической энергии шайбы получена связь пути S шайбы и перемещения Δy в направлении оси y со скоростью v шайбы: $$\frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} = -g\sin\alpha(S+\Delta y)$$	1.0		

3.4°	**Метод 3.** Получена связь пути S, пройденного шайбой к моменту повторного достижения основания доски, со скоростями v_0 и v_1: $$v_0^2 - v_1^2 = 2g\sin\alpha S$$ Если данный пункт оценен – пункт про связь S, Δy и v оценивается автоматически.	1.0		
3.5°	**Метод 3.** Определено время t движения шайбы: $$t = \frac{v_0}{2g\sin\alpha(1-\cos\varphi_0)}\left(1-\left(\frac{1-\cos\varphi_0}{1-\cos\varphi_1}\right)^2\right)$$	1.5		
3.6°	**Метод 3.** Определено численное значение времени $$t \approx 1.52 \text{ с}$$	0.5		
3.7°	**Метод 4.** Время dt выражено через зависимость $v(\varphi)$: $$dt = \frac{v(\varphi)d\varphi}{g\sin\alpha\sin\varphi}$$	1.0		
3.8°	**Метод 4.** Получено выражение для элемента времени движения шайбы dt, выраженное как дифференциал функции одной переменной φ: $$dt = \frac{v_0(1-\cos\varphi_0)}{g\sin\alpha}\cdot\frac{d\varphi}{4\sin^3(\varphi/2)\cos(\varphi/2)}$$ *Примечание:* если интегрирование данного выражения производится на калькуляторе – дальнейшие баллы можно получить только за правильное численное значение времени движения шайбы t.	1.5		
3.9°	**Метод 4.** Используется основная тригонометрическая подстановка $z = \tan(\varphi/2)$.	0.5		

3.10°	**Метод 4.** Выражение для dt приведено к виду: $$dt = \frac{v_0(1-\cos\varphi_0)}{2g\sin\alpha}\cdot\frac{1+z^2}{z^3}dz$$	1.0		
3.11°	**Метод 4.** Время движения шайбы t выражено как функция переменной z: $$t = \frac{v_0(1-\cos\varphi_0)}{2g\sin\alpha}\left(\frac{1}{2z_0^2}-\frac{1}{2z_1^2}+\ln\left(\frac{z_1}{z_0}\right)\right)$$	0.5		
3.12°	**Метод 4.** Время движения шайбы t выражено как функция переменной φ: $$t = \frac{v_0(1-\cos\varphi_0)}{2g\sin\alpha}\left(\frac{1}{1-\cos\varphi_0}-\frac{1}{1-\cos\varphi_1}+\ln\left(\frac{\tan(\varphi_1/2)}{\tan(\varphi_1/2)}\right)\right)$$	1.0		
3.13°	**Метод 4.** Определено численное значение времени $$t \approx 1.52 \text{ с}$$	0.5		