

## 10 класс

### Второй день

- 10.5. Найдите наибольшее натуральное число  $n$ , для которого произведение чисел  $n, n + 1, n + 2, \dots, n + 20$  делится на квадрат какого-то одного из них.
- 10.6. Квадрат  $100 \times 100$  разбит на квадраты  $2 \times 2$ . Потом его разбивают на доминошки (прямоугольники  $1 \times 2$  и  $2 \times 1$ ). Какое наименьшее количество доминошек могло оказаться внутри квадратов разбиения?
- 10.7. Дана трапеция  $ABCD$ , в которой  $AD \parallel BC$ , а лучи  $AB$  и  $DC$  пересекаются в точке  $G$ . Общие внешние касательные к окружностям, описанным около треугольников  $ABC$  и  $ACD$ , пересекаются в точке  $E$ . Общие внешние касательные к окружностям, описанным около треугольников  $ABD$  и  $BDC$ , пересекаются в точке  $F$ . Докажите, что точки  $E, F$  и  $G$  лежат на одной прямой.
- 10.8. Дано число  $a \in (0, 1)$ . Положительные числа  $x_0, x_1, \dots, x_n$  удовлетворяют условиям  $x_0 + x_1 + \dots + x_n = n + a$  и  $\frac{1}{x_0} + \frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_n} = n + \frac{1}{a}$ . Найдите наименьшее значение выражения  $x_0^2 + x_1^2 + \dots + x_n^2$ .