

## 9 класс

### Первый день

- 9.1. Даны два приведённых квадратных трёхчлена  $f(x)$  и  $g(x)$ ; известно, что трёхчлены  $f(x)$ ,  $g(x)$  и  $f(x) + g(x)$  имеют по два корня. Оказалось, что разность корней трёхчлена  $f(x)$  равна разности корней трёхчлена  $g(x)$ . Докажите, что разность корней трёхчлена  $f(x) + g(x)$  не больше этих разностей. (В каждой разности из большего корня вычитается меньший.)
- 9.2. Изначально в строку выписывают 250 букв — 125 букв А и 125 букв Б в некотором порядке. Затем за одну операцию можно взять любой кусок из нескольких подряд стоящих букв, среди которых поровну букв А и Б, и переставить буквы в этом куске в обратном порядке, поменяв в этом куске все буквы А на буквы Б и буквы Б на буквы А. (Например, из строки  $\overbrace{АБАВБААБ}$  можно одной операцией получить строку  $\overbrace{АВБААБАБ}$ .) Можно ли выписать исходную строку и совершить несколько операций так, чтобы в результате на доске оказалась та же строка, буквы которой записаны в обратном порядке?
- 9.3. Каждое натуральное число, большее 1000, окрасили либо в красный, либо в синий цвет. Оказалось, что произведение любых двух различных красных чисел — синее. Может ли случиться, что никакие два синих числа не отличаются на 1?
- 9.4. Точка  $X$  лежит строго внутри описанной около треугольника  $ABC$  окружности. Обозначим через  $I_B$  и  $I_C$  центры вневписанных окружностей этого треугольника, касающихся сторон  $AC$  и  $AB$  соответственно. Докажите, что  $XI_B \cdot XI_C > XB \cdot XC$ .