

Задача 1. Бюджетные правила

(12 баллов)

В первом задании олимпиады мы предлагаем вам порассуждать на тему *бюджетных правил*, их важности для стабильного функционирования экономики, опыте их применения в России.

Различного рода бюджетные правила в России применялись с 2004 года. В данной задаче мы обратим внимание на две последние версии бюджетного правила. Одно из них действовало начиная с 2017 года. Оно подразумевало, что все сверхдоходы, которые бюджет получает от продажи нефти по ценам выше 40 долл. за баррель (в ценах 2017 года), вкладывались в различные активы в иностранной валюте и становились частью Фонда национального благосостояния. В новой версии бюджетного правила, действующего с января 2023 года и разработанного с учетом наложенных на РФ санкций со стороны других стран, подразумевается фиксирование объема доходов, получаемых от нефтегазовой отрасли, на уровне 8 трлн рублей. При получении доходов свыше этой суммы деньги будут направляться в резервы в юанях и золоте.

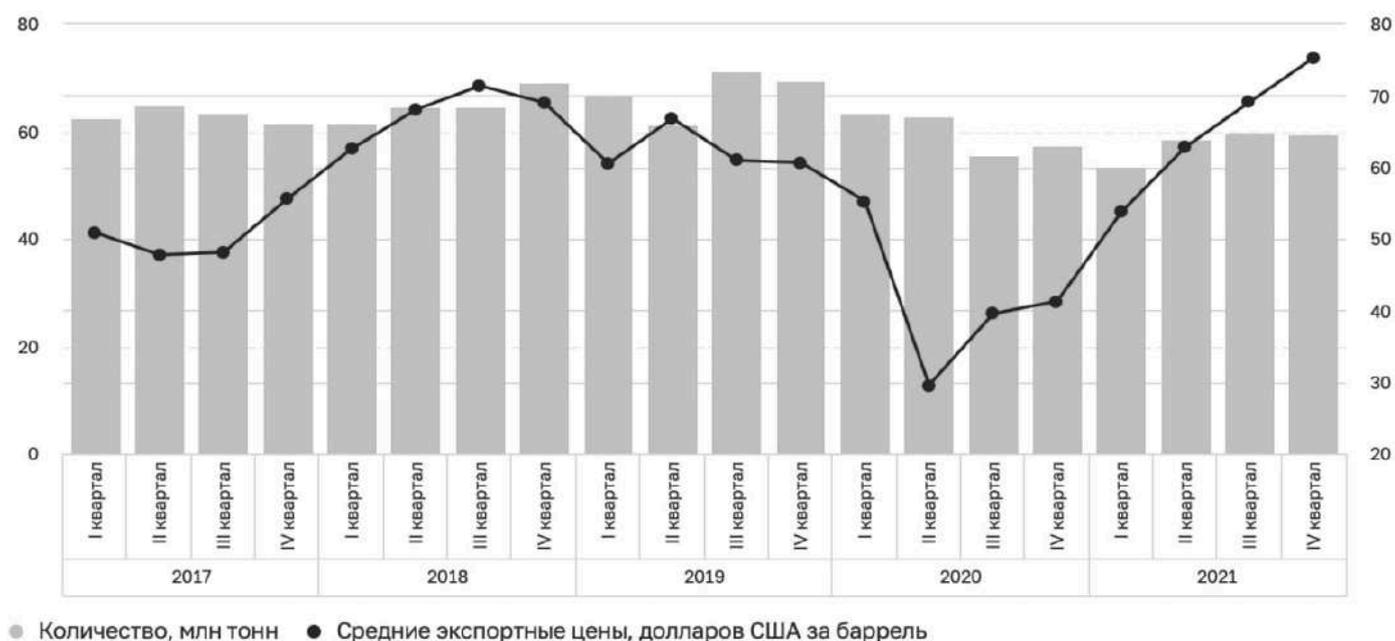


Рис. 1.1: Экспорт нефти Российской Федерацией в 2017-21 гг. Источник: Банк России

а) (5 баллов) Бюджетное правило, применявшееся в России с 2017 по 2022 год, позволяло снижать зависимость реального сектора экономики от колебаний цены на нефть. Подробно опишите механизм того, как это происходило.

б) (4 балла) Почему было решено отойти от указания пороговой цены на нефть и перейти к установлению ограничений на объем доходов государства от экспорта углеводородов?

в) (3 балла) К бюджетным правилам относятся и другие ограничения на пользование бюджетом, например, ограничение на размер дефицита государственного бюджета и отношения долга к ВВП. Кратко опишите, почему государства применяют подобные правила.

Решение

а) Без применения бюджетного правила рост цены на нефть ведет к росту экспорта, платежный баланс становится положительным, растет спрос на рубли, поэтому рубль укрепляется. Последнее ведет к снижению конкурентоспособности российских товаров, т.е. экспорт сокращается, импорт растет до тех пор, пока платежный баланс не придет в равновесие. В результате падает объем выпуска внутренних товаров (они заменяются импортными), снижается выручка экспортеров из нефтегазовых секторов. Доля нефтегазового сектора в выпуске в результате этих изменений растет.

Бюджетное правило подразумевает, что государство будет покупать иностранные активы для ФНБ, увеличивая отток капитала, поэтому будет компенсироваться часть прироста спроса на рубли, рубль будет меньше укрепляться, импорт будет расти меньше.

б) Одна из целей введения бюджетного правила — сделать прогнозируемыми поступления в бюджет из различных источников, в том числе и доходов от экспорта нефти. Это позволяет убрать влияние колебаний бюджета на экономику. По Рис. 1.1 можно видеть, что до введения санкций объем экспорта нефти оставался более-менее стабильным. Поэтому главным переменным фактором, обуславливающим волатильность поступлений в бюджет, была именно цена. Поэтому до введения санкций было достаточно выбрать уровень цены, который бы обеспечивал стабильные поступления в бюджет.

После введения санкций существенную роль начинает играть не только цена, которая складывается на рынке, но и объемы экспорта. Поскольку теперь могут варьироваться обе переменные, определяющие выручку, недостаточно будет зафиксировать целевой уровень цен: колебания выручки экспортеров, происходящие из-за смены выпуска, будут приводить к колебаниям доходов бюджета. Поэтому для достижения цели по стабилизации доходов бюджета был определен непосредственно уровень поступлений по экспортным пошлинам и НДС.

в) Правительства в среднем склонны постоянно накапливать долг в силу тех или иных причин: стратегическое накопление долга из-за взаимодействия партий, отложенная стабилизация, неполная информация относительно оптимальной политики (выгоды от низких налогов есть сейчас, а издержки от погашения долга будут потом), стимулирование экономики в рамках дискреционной политики для достижения желаемого уровня ВВП, который всегда выше потенциального уровня, нерациональное расходование бюджетных средств и т.п. Бюджетное правило позволяет государству установить ограничения на траты и использование средств, чтобы снизить избыточное накопление долга, которое может привести к долговому кризису, несмотря на текущие стимулы.

Схема проверки

а) Максимальная оценка за пункт — 5 баллов.

1. Верная цепочка влияния изменения цены нефти на экономику до момента уравновешивания платежного баланса — 2 балла.
2. Верное указание на структурное изменение в экономике, которое иллюстрирует

зависимость реального сектора от изменения цен — 1 балл.

3. Верное описание изменения в исходной цепочке влияния цен при применении бюджетного правила — 2 балла.

В работе должно явным образом присутствовать описание состояния без применения бюджетного правила и с ним. За корректное описание контрциклического свойства ФНБ, в случае отсутствия продвижения по основным критериям, выставляется 2 балла.

б) Максимальная оценка за пункт — 4 балла.

1. Рассуждения про выбор цены отсечения до 2022 года — 2 балла, из которых 1 балл за указание на факт того, что объемы продаж были фиксированные, и 1 балл за вывод о том, что для получения стабильных доходов бюджета достаточно установить целевой уровень цены.
2. Рассуждения про выбор ограничения — 2 балла, из которых 1 балл за указание на факт того, что объемы продаж стали волатильны после применения санкций, и 1 балл за вывод о том, что для стабилизации доходов бюджета теперь недостаточно установить цену отсечения.

Не засчитывались как верные аргументы про то, что из-за санкций происходило падение объемов продаваемой нефти (поскольку это изменение можно компенсировать выбором другой цены), торговля в нескольких валютах и с несколькими странами, нерациональность государства, а также установление потолка цены на нефть со стороны некоторых стран.

в) Максимальная оценка за пункт — 3 балла.

1. Указание на проблему избыточного накопления долга и причин ее появления — 2 балла.
2. Объяснение того, почему бюджетное правило позволяет решить описанную выше проблему — 1 балл.

В данном пункте важно привести причину избыточного накопления долга, так как само по себе накопление долговых обязательств не является проблемой для государства. Объяснения через нерациональность государства не засчитывались.

Задача 2. Оптимальная экспортная пошлина при монополии (12 баллов)

Некая фирма из страны Бета продает товар X как на внутреннем, так и на внешнем рынке. На внутреннем рынке фирма является монополистом. Внутренний спрос на продукцию фирмы описывается уравнением $Q = 60 - P$, а функция общих издержек производства имеет вид $TC(Q) = Q^2/2$. На мировую цену монополист повлиять не может: для него она фиксирована и равна 30. Импортировать товар в страну нельзя.

а) (3 балла) Найдите параметры первоначального равновесия: внутреннюю цену, внутренний объем продаж товара, а также объем экспорта.

б) (7 баллов) В одном из тестовых заданий регионального этапа мы выяснили, что если внутренний рынок совершенно конкурентный, то введение экспортной пошлины в малой открытой экономике не может увеличить общественное благосостояние. Возникает естественный вопрос — так ли это в случае монополии? Чтобы ответить на него, определите, какой размер потоварной экспортной пошлины t^* нужно установить государству на рынке товара X в стране Бета, чтобы общественное благосостояние в этой стране было максимально. (Общественное благосостояние определяется стандартным образом.)

в) (2 балла) Приведите содержательное экономическое объяснение того, почему оптимальная пошлина получилась положительной или нулевой (в зависимости от вашего ответа в б)).

Решение

а) Предельная выручка фирмы от продажи товара в объеме Q_1 на внутреннем рынке равна $MR_1(Q_1) = TR_1'(Q_1) = (60Q_1 - Q_1^2)' = 60 - 2Q_1$. Предельная выручка фирмы от продажи товара в объеме Q_2 на внешнем рынке равна $MR_2(Q_2) = TR_2'(Q_2) = (30Q_2)' = 30$. Предположим, что фирма произвела $Q = Q_1 + Q_2$ единиц товара. Для того, чтобы максимизировать прибыль, ей необходимо распределить Q_1 и Q_2 так, чтобы получить максимальную суммарную выручку с двух рынков, ведь ее издержки фиксированы на уровне $TC(Q) = Q^2/2$. Поскольку на внутреннем рынке предельная выручка убывает с уровня 60, а на внешнем рынке предельная выручка фиксированна и равна 30, фирме оптимально продавать весь товар на внутреннем рынке, покуда предельная выручка на нем не сравняется с предельной выручкой на внешнем рынке, а затем перейти на экспорт, потому что дальнейшие продажи на внутреннем рынке будут приносить меньшую предельную выручку. Заметим, что предельные выручки на обоих рынках сравняются при $60 - 2Q = 30 \Rightarrow Q = 15$. Таким образом, итоговая функция предельной выручки фирмы выглядит как

$$MR(Q) = \begin{cases} 60 - 2Q, & Q \leq 15 \\ 30, & Q \geq 15 \end{cases}$$

Предельные издержки фирмы имеют вид $MC(Q) = TC'(Q) = (Q^2/2)' = Q$. Поскольку предельная выручка всюду не возрастает, а предельные издержки строго монотонно возрастают, их пересечение задает точку оптимума. Пересечение $MR(Q)$ и $MC(Q)$ не может проходить по убывающему участку $MR(Q)$, поскольку он определен при

$Q \leq 15$, а в точке пересечения $60 - 2Q = Q \Rightarrow Q = 20$. Значит, функция предельных издержек пересекает горизонтальный участок функции предельной выручки, $Q = 30$ - суммарный объем производства фирмы, из которого $Q_1 = 15$ - продажи на внутреннем рынке и $Q_2 = 15$ - экспорт фирмы на мировой рынок. Внутренняя цена будет равна $P = 60 - 15 = 45$.

б) Введение потоварной экспортной пошлины в размере t приведет к тому, что предельная выручка фирмы от продажи на мировом рынке составит не 30, а $30 - t$. Аналогично предыдущему пункту, сперва фирма будет продавать товар на внутреннем рынке, а затем, когда предельные выручки на двух рынках сравняются, перейдет на внешний. Точка перехода определяется из условия равенства предельных выручек: $60 - 2Q = 30 - t \Rightarrow Q = 15 + t/2$. Функция предельной выручки фирмы имеет вид

$$MR(Q) = \begin{cases} 60 - 2Q, & Q \leq 15 + t/2 \\ 30 - t, & Q \geq 15 + t/2 \end{cases}$$

Теперь точка пересечения функции предельной выручки с функцией предельных издержек зависит от t . Если $15 + t/2 \leq 20 \Rightarrow t \leq 10$, то пересечение все так же происходит по горизонтальному участку $MR(Q)$, откуда суммарный объем производства равен $Q = 30 - t$, внутренний объем продаж равен $Q_1 = 15 + t/2$ и экспорт равен $Q_2 = Q - Q_1 = 15 - 3t/2$. Если же $t \geq 10$, то пересечение пройдет по убывающему участку $MR(Q)$, откуда суммарный объем производства равен $Q = 20$, внутренний объем продаж равен $Q_1 = 20$ и экспорт равен $Q_2 = 0$.

Рассмотрим случай $t \leq 10$. Общественное благосостояние в рассматриваемом случае определяется как $SW(t) = CS(t) + PS(t) + T(t)$, где CS - излишек потребителя, PS - излишек производителя (он же прибыль монополиста, поскольку фиксированные издержки отсутствуют), T - налоговая выручка государства с экспортной пошлины. Ясно, что $T(t) = tQ_2 = 15t - 3t^2/2$. Излишек производителя равен $PS(t) = \pi = (60 - Q_1)Q_1 + (30 - t)Q_2 - Q^2/2 = (45 - t/2)(15 + t/2) + (30 - t)(15 - 3t/2) - (30 - t)^2/2$. Излишек потребителя на линейном спросе определяется равен с равновесным объемом продукции Q_1 равен $Q_1^2/2$, а потому $CS(t) = (15 + t/2)^2/2$. Раскрывая скобки и приводя подобные слагаемые, получаем, что $SW(t) = -0.625t^2 + 7.5t + 787.5$ - парабола ветвями вниз с максимумом в вершине. В точке оптимума $t = \frac{7.5}{1.25} = 6 \leq 10$. Заметим, что $SW(6) > SW(10)$ (в силу того, что мы работаем с параболой ветвями вниз) и $SW(t) = SW(10)$ (в силу того, что большие значения t перестают оказывать влияние на равновесие, ведь фирма перестает экспортировать товар) при $t \geq 10$. Поэтому в оптимуме действительно $t^* = 6$.

Ответ: $t^* = 6$.

в) Изначально монополист дискриминирует рынки, поставляя на внутренний рынок товар по более высокой цене ($45 > 30$) и в меньшем объеме ($15 < 30$) в сравнении с конкурентным равновесием. Экспортная пошлина позволяет увеличить объем внутреннего потребления товара, приблизив его к конкурентному, а также снизить его цену, и вместе с этим увеличить доходы государства (которые тоже участвуют

в определении общественного благосостояния). Все это перекрывает падение излишка производителя, связанное с введением экспортной пошлины, и ведет к повышению общественного благосостояния. Фактически, экспортная пошлина в данном случае имеет действие, похожее на действие субсидии на внутреннее потребление, а, как известно, такая субсидия повышает благосостояние на монопольном рынке, аналогично тому, что мы и наблюдаем в данной задаче.

Схема проверки

а) Максимальная оценка за пункт — 3 балла.

1. Равновесный объем продукции $Q_1 = 15$ — 1 балл.
2. Равновесный объем продукции $Q_2 = 15$ — 1 балл.
3. Равновесная цена на внутреннем рынке $P_1 = 45$ — 1 балл.

б) Максимальная оценка за пункт — 7 баллов.

1. Равновесный объем продукции $Q_1 = 15 + \frac{t}{2}$ при налоге $t \leq 10$ — 1 балл.
2. Равновесный объем продукции $Q_2 = 15 - \frac{3}{2}t$ при налоге $t \leq 10$ — 1 балл.
3. Выписанный вид общественного благосостояния $SW = CS + PS + Tx$ — 1 балл.
4. Функция общественного благосостояния в зависимости от t
 $SW(t) = -0.625t^2 + 7.5t + 787.5$ — 1 балл.
5. Верно полученное значение $t^* = 6$ — 2 балла.
6. Логически верное рассмотрение благосостояния при $t > 10$ — 1 балл.

в) Максимальная оценка за пункт — 2 балла.

1. «Экспортная пошлина делает производство товара для внутреннего рынка более привлекательным, благодаря чему растет объем внутреннего потребления товара» — 1 балл.
2. «Объем производства монополиста на внутреннем рынке меньше общественно оптимального, а потому повышение объема внутреннего потребления позволяет приблизиться к конкурентному равновесию (социальному оптимуму), аналогично с субсидией на внутреннее потребление» — 1 балл.

Задача 3. ChatGPT и экономика**(12 баллов)**

Развитие систем искусственного интеллекта может оказывать большие эффекты на самые разные аспекты экономики. Недавнее появление чат-бота ChatGPT, который использует обработку естественного языка для общения с людьми в режиме диалога, — яркий тому пример. Обученный на большом объеме информации в интернете, он может отвечать на вопрос пользователя, например, объяснять сложные вещи простыми словами, рекомендовать, что можно приготовить из имеющихся продуктов, генерировать идеи для праздника, писать код, тексты и шаблоны писем, делать резюме и рефераты и даже переводить и исправлять ошибки. Другими словами, модель может выступать в виде помощника-собеседника, к которому можно обратиться практически по любому вопросу. Конечно, ответы являются сгенерированными и могут быть не совсем верными, как, впрочем, и любые советы, данные живым собеседником. Много компаний стало заявлять о запуске своих чат-ботов, подобных ChatGPT или использующих его.

В данной задаче мы предлагаем вам выступить в роли эксперта-экономиста, который сможет прокомментировать, как появление и дальнейшее развитие чат-ботов типа ChatGPT может повлиять на разные области экономики. Ваш ответ на каждый пункт ниже должен содержать экономические рассуждения, основанные на известных вам экономических взаимосвязях.

а) (8 баллов) Назовите по одной сфере деятельности с разными эффектами на спрос на труд от появления чат-ботов — положительным, отрицательным и нулевым. Для каждой из трех сфер:

- Обоснуйте, почему в данной сфере эффект на спрос на труд именно такой.
- Опишите, как, скорее всего, изменится предложение труда, и в какую сторону в результате изменятся заработная плата и занятость в данной сфере в результате появления чат-ботов.

б) (4 балла) Приведите по одному примеру рынков, на которых в результате появления чат-ботов снизится и увеличится конкуренция. Объясните, почему эффект именно такой.

Решение

а) Нужно привести пример трех разных сфер с разным видом воздействия. В условии задачи даны примеры, когда чат-бот может помочь. В основном это сферы, связанные с работой с текстами (в широком понимании, включая офисную работу, программирование) и общением с собеседниками. Примером сферы, на которую повлияли чат-боты, может быть любая, где есть такие аспекты.

В качестве примера сферы с отрицательным общим эффектом хорошо подойдет любая сфера с низкоквалифицированной работой, например, колл-центры, продавцы-консультанты, офис-менеджеры, ресепшн и т.д.

- **Спрос на труд.** Организациям выгодно заменить таких работников на чат-бота или значительно сократить их количество ввиду меньших издержек на поддержание бота. Эту тенденцию мы видим уже сейчас (в большинстве служб поддержки можно пробиться только через робота-автоответчика). При развитии чат-

ботов больше клиентов могут останавливаться на этапе разговора с ботом, тем самым не требуя общения с оператором. Кроме того, возможно к операторам будут предъявляться дополнительные требования, требующие более высокой квалификации. Таким образом спрос на традиционных операторов и консультантов снизится. Кривая спроса сдвинется влево вниз.

- **Общий эффект на занятость и зарплату.** Засчитываются несколько вариантов ответа. Если смотреть только на эту область, то эффекта на предложение труда не ожидаем — общий эффект приведет к движению по кривой предложения — то есть к падению заработной платы и занятости. В то же время, люди, оставшиеся без работы в других областях (например, офис-менеджеры, если мы говорим про колл-центр), будут искать работу в других сферах, в том числе и этой, и увеличат предложение труда. В данном случае понятен эффект на зарплату — она будет снижаться, а эффект на занятость не однозначен.

В виде положительного общего эффекта хорошо подойдут сферы с высококвалифицированным трудом, которые выиграют от появления таких помощников. Это могут быть программисты, имеющие необходимость поиска информации в интернете по работе определенных пакетов и функций, или работники среднего и высшего звена, часть работы которых составляет рутинная, связанная с текстами, которую могут заменить помощники.

- **Спрос на труд.** Высвобождение неэффективного рабочего времени скажется на росте производительности. В виду того, что спрос на труд определяется производительностью — это приведет к росту спроса на труд (кривая спроса сдвинется влево вверх)
- **Общий эффект на занятость и зарплату.** В целом эффект на предложение труда можно не ожидать (высококвалифицированные работники резко не переобучаются), поэтому можно ждать движения вверх по кривой предложения — то есть к росту заработной платы и занятости. Можно было писать про долгосрочный эффект с переобучением. В случае четкого обоснования ответ засчитывался.

В виде нулевого эффекта можно отметить отрасли, не связанные с работой с текстом, поиском информации и общением. Например, низкоквалифицированный труд в виде работы дворников никак не будет воздействован.

- **Спрос на труд.** Эффекта на спрос нет.
- **Общий эффект на занятость и зарплату.** Ввиду первого пункта и освобождение большого числа низкоквалифицированной рабочей силы из отраслей, воздействованных внедрением чат-ботов, можно ожидать роста предложения, поэтому движение будет идти по кривой спроса вправо вниз. Занятость будет расти и зарплата — падать. Предположение о неизменности предложения также засчитывалось.

б) Могут быть приведены разные разумные аргументы, основанные на экономических принципах. В случае приведения в пример рынка товаров или услуг:

Аргумент в пользу роста конкуренции:

- **Снижение барьеров на вход.** Если раньше нужно было нанимать много консультантов на горячей линии и менеджеров, то теперь можно стартовать с чат-бота.

Аргумент в пользу снижения конкуренции:

- Рост барьеров на вход. Разработка чат-ботов требует большой вычислительной мощности и может получиться так, что на рынке разработчиков чат-ботов может возникнуть большая концентрация из-за малого числа игроков

В случае приведения в пример рынка труда:

Необходимо было четко сформулировать, рассматривались ли рабочие места или рабочая сила. В зависимости от рассматриваемого изменения и переменной конкуренция за рабочие места могла вырасти (в случае неизменного предложения и падения спроса) или упасть (в случае неизменного предложения и роста спроса)

Схема проверки

а) По 1 баллу за пример сферы деятельности.

В случае примера положительного или отрицательного эффекта по 1 баллу ставилось за обоснование эффекта.

1 балл ставился в каждом случае за описание изменения предложения, занятости и заработной платы.

В случае, если предполагали изменение предложения, но его не обосновывали — 0 баллов за общий эффект. В случае, если забывали хотя бы про один элемент (предложение, занятость, заработная плата) — 0 баллов за общий эффект.

Ответ без обоснования или апелляция к неэкономическим аргументам оценивается в 0 баллов.

б) 2 балла за один пример в сторону снижения конкуренции и 2 балла за один пример в сторону роста конкуренции.

Засчитывались и другие примеры (помимо указанных в решении выше), однако было необходимо четко определить рынок и конкуренцию на нем.

Задача 4. О пользе самоограничения (12 баллов)

На рынке пряжи для вязания конкурируют две обладающие всей полнотой информации фирмы: лидер «Анна» и последователь «Белла». Взаимодействие между фирмами устроено следующим образом:

- 1) лидер выбирает объем производимой им продукции q_A ;
- 2) наблюдая значение q_A , последователь выбирает объем производимой им продукции q_B ;
- 3) на рынке устанавливается цена по правилу $p = 2 - q_A - q_B$, фирмы продают произведенную продукцию и получают соответствующую прибыль, после этого ничего не происходит.

Общие издержки каждой фирмы на производство q единиц пряжи равны q . При безразличии между несколькими объемами производимой продукции любая фирма выбирает наименьший из них.

а) (2 балла) Найдите объемы q_A и q_B , которые выберут фирмы.

б) (8 баллов) Предположим, что до начала взаимодействия последователь может ограничить свои производственные мощности. А именно, фирма «Белла» может необратимо закрыть заводы или повредить станки так, что физически не сможет производить больше C единиц продукции. С учетом этой возможности взаимодействие агентов меняется следующим образом:

- 1) последователь выбирает $C \geq 0$ — свой максимально возможный объем производства;
- 2) лидер, наблюдая C , выбирает объем производимой им продукции q_A ;
- 3) последователь, наблюдая q_A , выбирает объем производимой им продукции q_B , так что q_B не превосходит C ;
- 4) на рынке устанавливается цена $p = 2 - q_A - q_B$, фирмы получают прибыль, взаимодействие заканчивается.

Определите, какие значения C , q_A и q_B будут выбраны. Найдите прибыль последователя и сравните ее с его прибылью в пункте а).

в) (1 балл) Если вы решили пункт б) верно, у вас получилось, что прибыль последователя выросла по сравнению с пунктом а). Опишите на качественном уровне механизм того, почему прибыль последователя выросла в результате его самоограничения.

г) (1 балл) Пусть C^* — значение C , найденное вами в пункте б). Какие объемы будут выбраны, если вместо того, чтобы реально ограничивать свои производственные мощности, фирма «Белла» на первом шаге лишь сообщит «Анне», что не собирается производить больше C^* единиц продукции?

Решение

а) Решим игру между лидером и последователем с конца. Воспринимая q_A как заданную величину, последователь решает задачу

$$\pi_B = pq_B - q_B = (2 - q_A - q_B)q_B - q_B = (1 - q_A)q_B - q_B^2 \rightarrow \max$$

Прибыль последователя — парабола ветвями вниз относительно q_B при фиксированном q_A , а потому ее максимум лежит в вершине: $q_B = \frac{1-q_A}{2}$. Каким бы ни было значение q_A , выбранное лидером, данный выбор q_B является оптимальной стратегией последователя. Зная это, лидер решает задачу

$$\pi_A = pq_A - q_A = (2 - q_A - q_B)q_A - q_A = \frac{q_A - q_A^2}{2} \rightarrow \max$$

Прибыль лидера — парабола ветвями вниз относительно q_A , а потому ее максимум лежит в вершине: $q_A = \frac{1}{2}$. Оптимальный выпуск последователя в таком случае будет равен $q_B = \frac{1}{4}$.

б) Опять станем решать игру с конца. Раньше, когда последователь не обязывался ограничивать свой объем производства, его оптимальный выпуск в зависимости от q_A был равен $q_B = \frac{1-q_A}{2}$. Однако теперь он ограничен значением C . Стало быть, если $\frac{1-q_A}{2} \geq C$, то выпуск последователя будет равен C . Иными словами

$$q_B = \begin{cases} C, & C \leq \frac{1-q_A}{2} \\ \frac{1-q_A}{2}, & C \geq \frac{1-q_A}{2} \end{cases} \Rightarrow q_B = \begin{cases} C, & q_A \leq 1 - 2C \\ \frac{1-q_A}{2}, & q_A \geq 1 - 2C \end{cases}$$

Это верно в силу монотонного возрастания параболы ветвями вниз до ее глобального максимума, находящегося в вершине, и ее монотонного убывания сразу после условный глобальный максимум параболы в рассматриваемом случае лежит в правом ограничении ее возрастающего участка, коль скоро правое ограничение меньше значения в вершине параболы. В свою очередь, лидер понимает, как изменилась оптимальная реакция последователя, и учитывает это в своей функции прибыли:

$$\pi_A = (1 - q_B)q_A - q_A^2 = \begin{cases} (1 - C)q_A - q_A^2, & q_A \leq 1 - 2C \\ \frac{q_A - q_A^2}{2}, & q_A \geq 1 - 2C \end{cases} \rightarrow \max$$

При этом, в своем решении относительно оптимального выбора q_A лидер воспринимает C как заданную величину. Рассмотрим теперь несколько случаев.

Первый случай: $1 - 2C \leq 0$ или, эквивалентно, $C \geq \frac{1}{2}$. В таком случае оптимизационная задача лидера выглядит просто как

$$\pi_A = \frac{q_A - q_A^2}{2} \rightarrow \max$$

Мы уже знаем ее решение из первого пункта: $q_A = \frac{1}{2}$. В таком случае, что несложно видеть, $q_B = \frac{1}{4}$, и мы имеем равновесие без ограничений. Заметим, кстати, что в таком случае $p = 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$, $\pi_A = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ и $\pi_B = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ — это понадобится нам чуть позже.

Второй случай: $1 - 2C \geq 0$ или, эквивалентно, $C \leq \frac{1}{2}$. В таком случае функция прибыли лидера состоит из двух участков, а потому мы разобьем этот сценарий еще на два подслучая.

Первый подслучай: $q_A \leq 1 - 2C$. Тогда имеем, что задача лидера имеет вид

$$\pi_A = (1 - C)q_A - q_A^2 \rightarrow \max$$

Это все еще парабола ветвями вниз, ее максимум лежит в вершине, если она доступна: $q_A = \frac{1-C}{2}$; или в правом ограничении возрастающего участка, если вершина оказалась недоступна: $q_A = 1 - 2C$. Значит, если правое ограничение на значение q_A меньше аргумента вершины параболы, мы должны взять в качестве оптимального значения правое ограничение, иначе — аргумент вершины:

$$q_A = \begin{cases} \frac{1-C}{2}, & 1 - 2C \geq \frac{1-C}{2} \\ 1 - 2C, & 1 - 2C \leq \frac{1-C}{2} \end{cases} \Rightarrow q_A = \begin{cases} \frac{1-C}{2}, & C \leq \frac{1}{3} \\ 1 - 2C, & C \geq \frac{1}{3} \end{cases}$$

Заметим, что если вершина параболы, лежащая в точке $q_A = \frac{1-C}{2}$ нам доступна, то она приносит большую прибыль, нежели точка $q_A = 1 - 2C$, соответствующая правому ограничению (если, конечно, они не совпадают) — этот факт также пригодится нам позднее.

Второй подслучай: $q_A \geq 1 - 2C$. В таком случае лидер решает задачу

$$\pi_A = \frac{q_A - q_A^2}{2} \rightarrow \max$$

И оптимальным ее решением, симметрично первому подслучаю, является вершина параболы ветвями вниз (если она нам доступна) или левое ограничение на значение q_A (если оно больше значения вершины параболы):

$$q_A = \begin{cases} 1 - 2C, & \frac{1}{2} \leq 1 - 2C \\ \frac{1}{2}, & \frac{1}{2} \geq 1 - 2C \end{cases} \Rightarrow q_A = \begin{cases} 1 - 2C, & C \leq \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2}, & C \geq \frac{1}{4} \end{cases}$$

Опять же, заметим, что если вершина параболы, лежащая в точке $q_A = \frac{1}{2}$ нам доступна, то она приносит большую прибыль, нежели точка $q_A = 1 - 2C$, соответствующая левому ограничению (если, конечно, они не совпадают).

Найдем теперь оптимальное значение q_A в зависимости от C в обоих подслучаях. При $C \leq \frac{1}{4}$ на первом участке функции прибыли лидера мы получаем оптимальное значение $q_A = \frac{1-C}{2}$, а на втором — $q_A = 1 - 2C$. Пользуясь упомянутым выше замечанием, заключаем, что точка $q_A = \frac{1-C}{2}$ приносит лидеру большую прибыль. При $C \geq \frac{1}{3}$ есть два кандидата на оптимальную точку: $q_A = 1 - 2C$ с первого участка и $q_A = \frac{1}{2}$ со второго. Аналогично, из двух данных объем производства $q_A = \frac{1}{2}$ приносит лидеру большую прибыль. Наконец, если $\frac{1}{4} < C < \frac{1}{3}$, то два кандидата на оптимальную точку — $q_A = \frac{1-C}{2}$ из первого подслучая и $q_A = \frac{1}{2}$ из второго. Для того, чтобы понять, какой из этих двух вариантов более оптимален при различных значениях C , нужно сравнить прибыли в этих точках.

При $q_A = \frac{1-C}{2}$ мы знаем, что

$$\pi_A = (1 - C)q_A - q_A^2 = \frac{(1 - C)^2}{4}$$

А при $q_A = \frac{1}{2}$ нам известно, что

$$\pi_A = \frac{q_A - q_A^2}{2} = \frac{1}{8}$$

Стало быть, мы будем предпочитать первый объем производства второму при

$$\frac{(1 - C)^2}{4} \geq \frac{1}{8} \Rightarrow C \leq 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Здесь мы воспользовались тем, что $0 \leq C \leq \frac{1}{2}$ при взятии квадратного корня. Заметим, что $\frac{1}{4} \leq 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \leq \frac{1}{3}$, а значит мы не вышли за пределы ограничений на C , в рамках которых проводили сравнение. Отсюда, при $\frac{1}{4} \leq C \leq 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ лидер будет производить $q_A = \frac{1-C}{2}$ единиц пряжи для вязания, а при $1 - \frac{1}{\sqrt{2}} < C \leq \frac{1}{3}$ — $q_A = \frac{1}{2}$ (при $C = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ фирма безразлична между двумя объемами производства, а потому выбирает меньший из них). Объединяя теперь все рассмотренные случаи получаем:

$$q_A = \begin{cases} \frac{1-C}{2}, & C \leq 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2}, & C > 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Наконец, переходя к первому этапу взаимодействия, последователь осознает, какое количество продукции будет произведено лидером, а также знает свою реакцию на последнем этапе:

$$q_B = \begin{cases} C, & q_A \leq 1 - 2C \\ \frac{1-q_A}{2}, & q_A \geq 1 - 2C \end{cases} \Rightarrow q_B = \begin{cases} C, & C \leq 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{4}, & C > 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Учитывая эту информацию, его прибыль в зависимости от значения C записывается как

$$\pi_B = (1 - q_A)q_B - q_B^2 = \begin{cases} \frac{C-C^2}{2}, & C \leq 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{16}, & C > 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Заметим, что $\frac{C-C^2}{2}$ — парабола ветвями вниз относительно C с максимумом в вершине: $C = \frac{1}{2}$. Однако, $\frac{1}{2} > 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$, а потому оптимум на первом участке функции прибыли последователя наступает при $C = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$. В таком случае $\pi_B = \frac{C-C^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} =$

$\frac{\sqrt{2}-1}{4} > \frac{1}{16}$. Стало быть, максимум всей функции прибыли фирмы-последователя достигается при $C = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$, которому соответствует $q_B = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$. Что касается фирмы-лидера, получаем, что $q_A = \frac{1-C}{2} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$, а получаемая ей прибыль оказывается равна $\pi_A = (1-C)q_A - q_A^2 = \frac{(1-C)^2}{4} = \frac{1}{8}$ — как и было раньше. Резюмируя вышесказанное, в новом равновесии $q_A = \frac{1}{2\sqrt{2}}$, $q_B = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ и $C = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$. Прибыль последователя, как уже упоминалось выше, выросла с $\frac{1}{16}$ до $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$ в результате самоограничения.

в) В результате смены формата взаимодействия между агентами, значение q_A уменьшилось с $\frac{1}{2}$ до $\frac{1}{2\sqrt{2}}$, а значение q_B выросло с $\frac{1}{4}$ до $1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$. Вместе с этим, прибыль лидера не изменилась и оказалась равной $\frac{1}{8}$, а прибыль последователя выросла с $\frac{1}{16}$ до $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$. Удивительным образом оказалось, что самоограничение последователя привело к Парето-улучшению ситуации для двух конкурентов. Почему же так произошло?

В данной задаче мы смогли пронаблюдать действие того, что в экономической литературе называется связывающим обязательством (*commitment device*). Последователь публично заявил (и, самое главное, доказательно сдержал свое обещание) об ограничении объема производимой им продукции, что, при прочих равных, усилило стимулы лидера к производству меньших объемов товара для снижения собственных издержек и увеличения выручки за счет роста цены на продукт (в итоге она выросла с $\frac{5}{4}$ до $1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}$). Понимание данного механизма, подразумевающего, при прочих равных, более высокую рыночную цену и меньший объем продукции, производимый лидером, дало последователю толчок к выбору даже большего потолка продукции, чем его исходный объем производства ($1 - \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{4}$). Тем самым, в ситуации повышенной цены и пониженного объема производства конкурента последователь оказался в выигрыше в результате самоограничения.

г) Фирма-лидер в таком случае понимает, что ограничение не является сдерживающим для последователя, а потому при заданном q_A фирма-последователь произведет $q_B = \frac{1-q_A}{2}$ единиц продукции (как вершину своей квадратичной функции прибыли). Из пункта а) мы знаем, что тогда лидер выберет $q_A = \frac{1}{2}$, а последователь будет производить $q_B = \frac{1}{4}$ единиц пряжи для вязания.

Схема проверки

а) Максимальная оценка за пункт — 2 балла.

1. Корректная запись функций прибыли лидера и последователя — 1 балл.
2. Корректный подсчет оптимальных объемов производства для лидера и последователя — 1 балл.
3. Ошибка в записи либо функций прибыли, либо оптимальных объемов производства — 1 балл за пункт.

б) Максимальная оценка за пункт — 8 баллов.

1. Корректно выписанная функция наилучшего ответа последователя от q_A и C :

$$q_B = \begin{cases} C, & q_A \leq 1 - 2C \\ \frac{1 - q_A}{2}, & q_A \geq 1 - 2C \end{cases} - 1 \text{ балл.}$$

2. Корректно выписанная функция наилучшего ответа лидера от C — 4 балла, из которых:

- Корректно выписанная функция наилучшего ответа лидера от C при $C \leq \frac{1}{4}$:

$$q_A = \frac{1 - C}{2} - 1 \text{ балл.}$$

- Корректно выписанная функция наилучшего ответа лидера от C при $\frac{1}{4} \leq C \leq \frac{1}{3}$:

$$q_A = \begin{cases} \frac{1 - C}{2}, & C \leq 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2}, & C > 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} - 2 \text{ балла.}$$

- Корректно выписанная функция наилучшего ответа лидера от C при $C \geq \frac{1}{3}$:

$$q_A = \frac{1}{2} - 1 \text{ балл.}$$

- Если корректно произведено сравнение прибылей лидера при $q_A = \frac{1 - C}{2}$ и $\frac{1}{2}$ без рассуждений о том, почему не может случиться так, что $q_A = 1 - 2C$ при $C \leq \frac{1}{4}$ и $C \geq \frac{1}{3}$ — 1 балл за секцию.

3. Корректно выписанная функция наилучшего ответа последователя от C :

$$q_B = \begin{cases} C, & C \leq 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{4}, & C > 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} - 1 \text{ балл.}$$

4. Корректно полученные значения $C^* = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$, $q_A = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ и $q_B = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ — 1 балл.

5. Корректно полученное значение новой прибыли последователя $\pi_B = \frac{\sqrt{2} - 1}{4}$ и верное ее сравнение со старой прибылью $\pi_B = \frac{1}{16}$ — 1 балл.

в) Максимальная оценка за пункт — 1 балл.

- Решение, содержащее логическую цепочку «последователь ограничил свое производство \Rightarrow лидеру стало выгоднее производить, при прочих равных, меньше (\Rightarrow необязательно, но желательно: а потому прибыль последователя выросла ввиду сниженной конкуренции и более высокой цены пряжи для вязания)» — 1 балл.

г) Максимальная оценка за пункт — 1 балл.

- Решение, содержащее логическую цепочку «последователю станет выгодно отклониться от обещания \Rightarrow лидер понимает это и не верит последователю, а потому производит $q_A = \frac{1}{2} \Rightarrow$ последователь производит $q_B = \frac{1}{4}$ » — 1 балл.