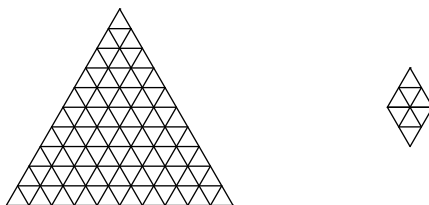


Пригласительный школьный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике

10 класс, условия задач

май 2021 г.

Задача 10.1. Равносторонний треугольник со стороной 10 разбит на 100 маленьких равносторонних треугольничков со стороной 1. Найдите количество ромбов, состоящих из 8 маленьких треугольничков (такие ромбы можно поворачивать).



Задача 10.2. Сколько существует действительных чисел x таких, что значение выражения $\sqrt{123 - \sqrt{x}}$ является целым числом?

Задача 10.3. Ровно в полдень из посёлка выехал грузовик и поехал в город, в это же время из города выехал автомобиль и поехал в посёлок. Если бы грузовик выехал на 45 минут раньше, то они бы встретились на 18 километров ближе к городу. А если бы автомобиль выехал на 20 минут раньше, то они бы встретились на k километров ближе к посёлку. Найдите k .

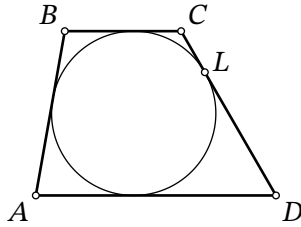
Задача 10.4. Рассмотрим последовательность

$$a_n = \cos\left(\frac{100 \dots 0^\circ}{n-1}\right).$$

Например, $a_1 = \cos 1^\circ$, $a_6 = \cos 100000^\circ$.

Сколько среди чисел a_1, a_2, \dots, a_{100} положительных?

Задача 10.5. В трапецию $ABCD$ вписана окружность ω , L — точка касания ω и стороны CD . Известно, что $CL : LD = 1 : 4$. Найдите площадь трапеции $ABCD$, если $BC = 9$, $CD = 30$.



Задача 10.6. В клетчатой таблице 5 строк и 6 столбцов; в каждой клетке стоит либо крестик, либо нолик, либо звёздочка. Известно, что:

- в каждом столбце число ноликов не меньше числа крестиков;
- в каждом столбце число ноликов не меньше числа звёздочек;
- в каждой строке число крестиков не меньше числа ноликов;
- в каждой строке число крестиков не меньше числа звёздочек.

Сколько звёздочек может быть в такой таблице? Укажите все возможные варианты.

Задача 10.7. Оля нарисовала на плоскости N различных прямых, любые две из которых пересекаются. Оказалось, что среди любых 15 прямых обязательно найдутся две, угол между которыми равен 60° . При каком наибольшем N такое возможно?

Задача 10.8. Действительные числа x и y таковы, что $x^3 + 21xy + y^3 = 343$. Чему может равняться $x + y$? Укажите все возможные варианты.