

10 класс

Задача №1. Три тигра

Три тигра одновременно начинают движение по горизонтальной поверхности с постоянными по модулю скоростями. Скорость первого тигра в любой момент времени направлена на второго, скорость второго — на третьего, а скорость третьего — на первого. В начальный момент времени тигры образуют прямоугольный треугольник с катетами, равными L (рис. 1). Считайте размеры тигров много меньшими L . Модуль скорости первого тигра $v_1 = v$, где v — известная величина, а скорости второго и третьего тигров v_2 и v_3 таковы, что в процессе движения углы в треугольнике ABC , образованном тиграми, остаются постоянными.

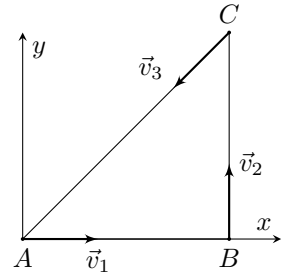


Рис. 1

Введём систему координат так, как показано на рисунке. Начало координат совпадает с положением первого тигра в момент старта (точкой A).

При ответе на первые три вопроса считайте, что тигры не проскальзывают по поверхности и могут развивать любое усилие. Найдите:

1. время t , через которое тигры встретятся;
2. модули скоростей второго и третьего тигров v_2 и v_3 ;
3. координаты (x, y) точки, в которой тигры встретятся.

В действительности движение тигров ограничивается коэффициентами трения их лап о поверхность. Для каждого тигра он одинаков и равен μ . Ускорение свободного падения g .

4. В течение какого времени τ с момента старта тигры могут поддерживать такое движение?

Задача №2. Поле цилиндра

Бесконечно длинный незаряженный металлический цилиндр радиуса R расположен в однородном электрическом поле \vec{E}_0 . Ось цилиндра и вектор напряженности поля горизонтальны и взаимно перпендикулярны (рис. 2). Напряженность поля направлена вправо. На поверхности цилиндра установилось некоторое распределение индуцированных зарядов.

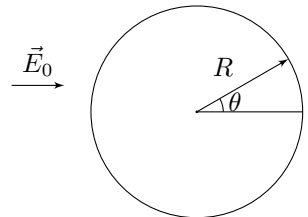


Рис. 2

Далее рассмотрим бесконечно длинный тонкостенный непроводящий цилиндр такого же радиуса R вне поля \vec{E}_0 вдали от первого (проводящего) цилиндра. Поместим на его поверхность заряды так, чтобы зависимость плотности заряда от угла θ к горизонту

(рис. 3) совпадала для обоих цилиндров. Непроводящий цилиндр расположен горизонтально в поле тяжести. Ускорение свободного падения равно \vec{g} (рис. 3).

Поместим внутрь непроводящего цилиндра гладкий точечный положительный заряд q массой m .

1. Определите изменение суммарной потенциальной энергии точечного заряда (энергии в поле тяжести и в электрическом поле) при перемещении его из крайнего левого положения в крайнее правое.
2. Точечный заряд помещают в самое нижнее положение и сообщают ему начальную скорость v_0 , направленную влево, перпендикулярно оси цилиндра. Найдите максимальную скорость заряда $v_{\text{макс}}$ в процессе дальнейшего движения.
3. При каких значениях v_0 точечный заряд совершит полный оборот?

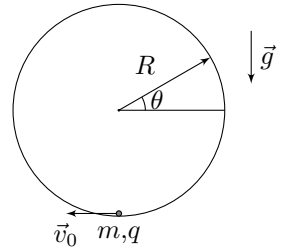


Рис. 3

Задача №3. Электрическая тележка

Электрическая тележка для перемещения грузов состоит из двух цилиндрических колёс и корпуса. Расстояние между осями колёс $2l$. Центр масс тележки O выше пола на h и на x ($x > 0$) правее средней точки между осями. Электродвигатели сообщают колёсам быстрое встречное вращение, как показано на рисунке 4. Коэффициент трения колёс о пол μ ($\mu < l/h$). Массой колёс можно пренебречь. Ускорение свободного падения g . Определите:

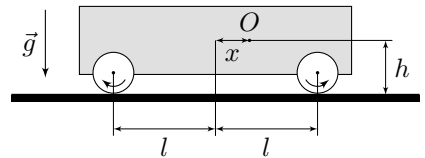


Рис. 4

1. ускорение тележки в начальный момент времени, если ее колеса не отрываются от пола;
2. при каком(их) значении(ях) возможно движение без отрыва колёс.

Задача №4. Неизвестная жидкость под поршнем

В атмосфере с давлением $p_0 = 10^5$ Па расположен вертикальный цилиндрический сосуд сечения $S = 0,01 \text{ м}^2$ и высоты $2H$ ($H = 1 \text{ м}$). Вдоль стенок сосуда может перемещаться без трения герметичный поршень. Стенки сосуда и поршень не проводят тепло. Изначально поршень покоится на небольших опорах, расположенных на высоте H над дном сосуда. Из-под поршня выкачивают весь воздух и помещают

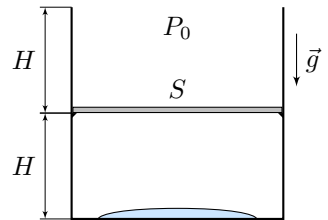


Рис. 5

туда некоторое количество жидкости. После установления термодинамического равновесия температура содержимого сосуда оказалась равна $T_0 = 350$ К. Затем включают нагреватель, и через дно сосуда содержимое под поршнем медленно нагревается. В процессе нагрева измеряют температуру и давление под поршнем. Когда низ поршня достигает отметки $2H$ нагрев прекращают. График полученной зависимости от начала нагрева и до его окончания представлен на рисунке 6.

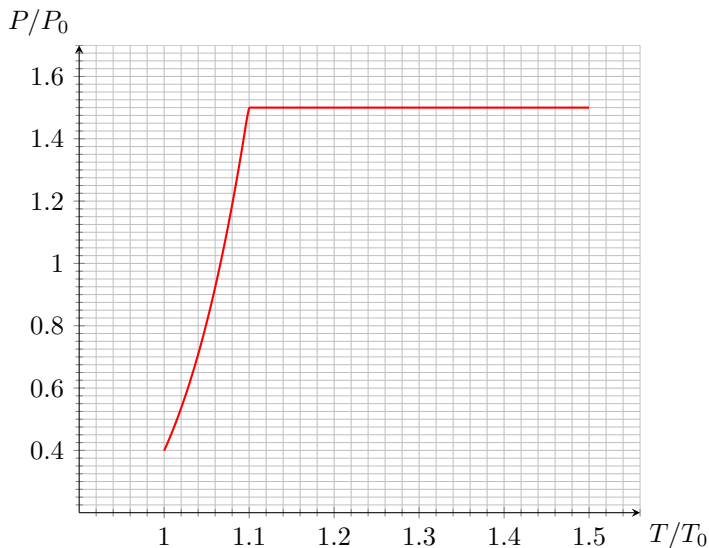


Рис. 6

Удельная теплота парообразования жидкости при температуре $1,1T_0$ равна $L = 2,2$ МДж/кг. Молярная масса жидкости $\mu = 18$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль · К), ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с². Пар жидкости можно считать идеальным многоатомным газом. Объем жидкости много меньше SH . Определите:

1. массу M поршня;
2. массу m_0 содержимого под поршнем (суммарно во всех агрегатных состояниях);
3. количество теплоты Q , подведенной к сосуду **начиная с момента отрыва поршня от опор** и до момента окончания нагрева.

Задача №5. Термоисточник

Источник состоит из соединенных последовательно идеального источника постоянного напряжения \mathcal{E} и терморезистора, сопротивление которого зависит от температуры по закону

$$R = R_0 (1 + \alpha (t - t_0))$$

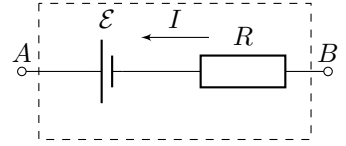


Рис. 7

где R_0 — сопротивление резистора при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$, t — установившаяся температура резистора, α — постоянный коэффициент.

На графике приведена нагрузочная кривая источника, т. е. зависимость установившегося напряжения U_{AB} между его клеммами от силы протекающего через него тока I . При протекании тока $I_1 = 0,55$ А цепь разрывается, т.к. резистор плавится. Температура плавления известна и равна $t_{\text{пл}} = 306^\circ\text{C}$. Мощность тепловых потерь в окружающую среду от нагретого до температуры t резистора равна $N = \beta (t - t_{\text{среды}})$, где β — постоянный неизвестный коэффициент. Считайте, что температура окружающей среды $t_{\text{среды}} = t_0$. Определите:

1. напряжение \mathcal{E} идеального источника;
2. сопротивление R_0 ;
3. напряжение U_{AB} между клеммами A и B , если к ним подключить резистор сопротивлением 10 Ом;
4. величину α ;
5. какую силу тока гарантированно не сможет пропускать аналогичный резистор, имеющий те же значения параметров R_0 и α , но очень высокую температуру плавления.

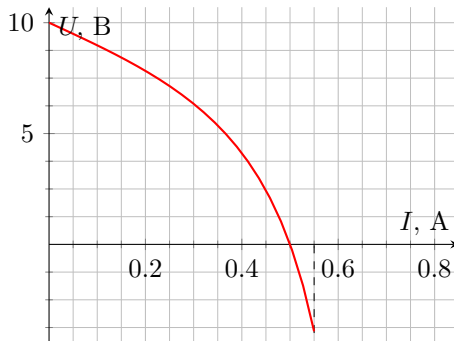


Рис. 8