

Задача 1. Блиц (9–10 класс)**(12 баллов)**

В первом задании олимпиады вам предлагается коротко ответить на несколько не связанных друг с другом вопросов.

а) (4 балла) Горячо обсуждается вопрос о том, есть ли на рынке бензина страны X сговор производителей. Известно, что спрос на бензин в стране описывается уравнением $Q = 100 - P$, а текущая цена составляет $P = 35$. Функции общих издержек производителей бензина являются возрастающими. Может ли в стране X иметь место сговор производителей бензина? (Считайте, что при сговоре фирмы ведут себя как монополист.)

б) (4 балла) В отличие от соотечественников, некий гражданин страны Y потребляет только товары, произведенные в стране Y, причем только те из них, в производстве которых не используются иностранные компоненты, труд и капитал. Этот гражданин не участвует в финансовых рынках других стран. Поэтому этот гражданин заявляет, что удешевление национальной валюты страны Y ему не страшно, не приведет к удорожанию его потребительской корзины и вообще не повлияет на его благосостояние. Объясните, почему это может быть не так.

в) (4 балла) В стране А КПВ описывается уравнением $y = 40 - x$, а в стране В является ломаной линией, соединяющей точки (0; 40), (15; 30), (30; 15), (40; 0). В обеих странах товары x и y потребляются только пропорции $a : 1$. В отсутствие торговли страны максимизируют потребление товаров. При каких значениях параметра $a > 0$ взаимовыгодная торговля между странами невозможна?

Решение

а) Заметим, что в точке $P = 35$ спрос неэластичен: $E = -\frac{35}{65}$. Но если бы на рынке был сговор, в котором фирмы вели бы себя как монополист, цена бы находилась на эластичном участке спроса, так как монополист с возрастающими общими издержками (положительными MC) всегда выбирает точку на эластичном участке спроса. Значит, сговора быть не может.

Можно привести тот же аргумент и не упоминая эластичность спроса как таковую. Поскольку функция выручки монополиста $TR(Q) = Q(100 - Q)$ убывает при $Q > 50$, функция прибыли $TR(Q) - TC(Q)$ также убывает (раз $TC(Q)$ возрастают), значит $Q = 65$ не может быть оптимальным выпуском (немного снизив выпуск, фирма увеличит прибыль). Следовательно, фирмы не ведут себя как монополист.

Примечание: исследования показывают, что спрос на бензин в реальной жизни как раз неэластичен (при наблюдаемых ценах): большинство оценок эластичности спроса находятся в интервале $[-0,5; -0,1]$. Это заставляет скептически относиться к разговорам о существовании полного сговора производителей бензина, в котором они вели бы себя как монополист. Тем не менее, возможность сговора, при котором цена ниже монопольной, остается.

б) **Объяснение 1 (через спрос):** При удешевлении национальной валюты иностранные товары подорожают. Соотечественники гражданина, потребляющие импортные товары, переключатся на отечественные товары, и цены отечественные товары также вырастут, что снизит уровень благосостояния данного гражданина.

Объяснение 2 (через предложение): При удешевлении национальной валюты отечественные компании будут больше экспортировать, что снизит предложение внутри страны и повысит цены на отечественные товары, что снизит уровень благосостояния данного гражданина.

в) Если альтернативные издержки в двух странах в отсутствие торговли не равны, взаимовыгодная торговля возможна: нужно увеличить производство товара *икс* в стране с меньшими альтернативными издержками и уменьшить его производство в стране с большими альтернативными издержками. Это увеличит суммарное производство товара *игрек* при том же производстве товара *икс*. Так мы попадем в точку на суммарной КПВ. Затем можно сдвинуться по суммарной КПВ вправо, пока мы не придем в точку, где производство обоих товаров больше, чем в первоначальной точке. Прирост производства обоих товаров можно распределить между странами, и обеим странам станет лучше.

Если же альтернативные издержки в отсутствие торговли равны, мы уже находимся в точке на суммарной КПВ стран. (Здесь важно, что альтернативные издержки в каждой из стран не являются убывающими.) Поэтому прирост производства обоих товаров невозможен, а вместе с ним невозможна и взаимовыгодная торговля.

Рассчитаем, при каком a альтернативные издержки в двух странах в отсутствие торговли равны. В стране А альтернативные издержки постоянны и равны 1. В стране В КПВ состоит из трех участков, альтернативные издержки на которых равны $2/3$, 1, $3/2$. Значит, альтернативные издержки равны, если в отсутствие торговли страна В производит на среднем участке КПВ, уравнение которого $y = 45 - x$. Страна В тогда должна потреблять товары в пропорции $a : 1 = x/y = x/(45 - x)$, что при $x \in [15; 30]$ принимает значения от $1/2$ до 2.

Ответ: при $a = [1/2; 2]$.

Примечание: границы включаются, так как несмотря на то, что в точках излома альтернативные издержки не определены, легко видеть, что если страна В изначально производит в точке излома, любое перераспределение производства *икс* между странами снизит суммарное производство товара *игрек*.

Схема проверки

а) Любое корректное обоснование отсутствия сговора (через оценку эластичности спроса или индекса Лернера; указание на действие монополиста на эластичном участке кривой спроса; указание на убывание выручки в окрестности $Q = 65$; сопоставление предельного дохода и предельных издержек) — 4 балла.

- б) • Любое корректное обоснование влияния удешевления национальной валюты на гражданина со всеми необходимыми логическими переходами (со стороны спроса: через рост спроса на товары-заменители иностранных товаров/товаров с иностранными компонентами/трудом/капиталом; через предложение: увеличение экспорта, соответственно, снижение предложения экспортируемых потребительских товаров на внутреннем рынке) — 4 балла.
- Пропуск одного логического перехода во в целом правильной цепочке - минус — 1 балл.

- в)
- обоснование идеи о невозможности взаимовыгодной торговли при равенстве альтернативных издержек товаров в странах А и В — 2 балла.
 - корректный расчет /обоснование значений/значения параметра a — 2 балла.
 - В любом пункте арифметическая ошибка — минус 1 балл за пункт

Задача 2. Ассорти неэффективностей**(12 баллов)**

В учебниках экономики, как правило, перечисляется несколько видов «провалов рынка»: недостаток конкуренции, внешние эффекты (экстерналии), недостаток общественных благ, информационная асимметрия. То, как каждая из этих причин приводит к неэффективности, можно объяснить по-разному (и зачастую это даже делается в разных главах учебника), но в этой задаче мы обсудим, как эти явления связаны между собой. В пунктах задачи приведены мнения вымышленных экономистов. Согласны ли вы с ними? Объясните вашу точку зрения, опираясь на стандартные экономические модели и приводя графические иллюстрации там, где они помогают лучше понять ваш аргумент.

а) (3 балла) Экономист А. считает, что проблема недостатка общественных благ имеет те же корни, что и неэффективность, вызванная экстерналиями.

б) (3 балла) Экономист Б. считает, что если бы не было информационной асимметрии, то потерь благосостояния, вызванных монополизацией рынка, можно было бы избежать.

в) (3 балла) Экономист В. считает, что монополия в стандартной модели не производит общественно оптимальный объем выпуска, потому что имеет место своего рода внешний эффект.

г) (3 балла) Экономист Г. считает, что фирмы на олигополистическом рынке могут недополучать максимально возможную прибыль, потому что накладывают внешние издержки друг на друга.

Решение

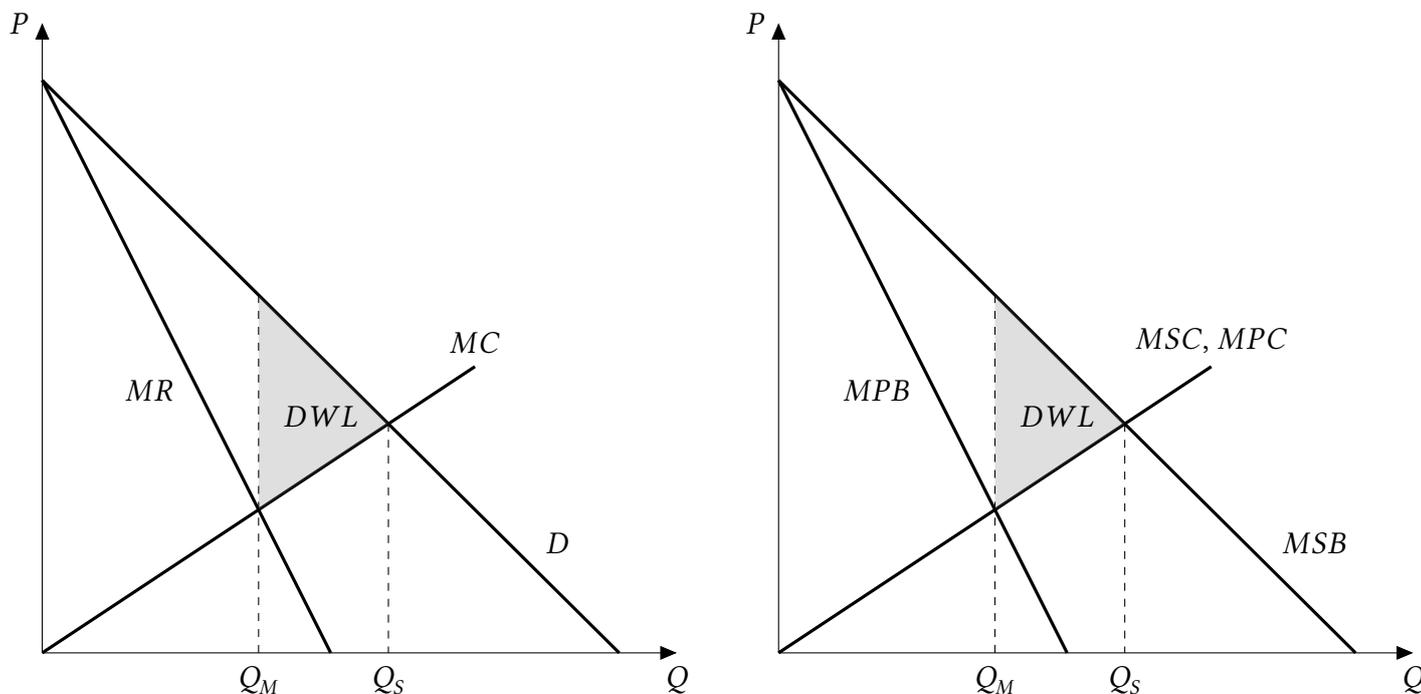
а) Утверждение экономиста А верно. Общественные блага — частный случай положительного внешнего эффекта. Финансируя общественные блага, потребитель не учитывает, что оказывает влияние и на других потребителей (создает для них выгоду), так как общественные блага неисключаемые. Из-за этого типичной проблемой является недопроизводство общественных благ — ровно то, что предсказывает теория положительных экстерналий.

б) Утверждение экономиста Б верно. В стандартной модели монополист назначает одинаковую цену за все единицы товара, потому что не знает, сколько каждый потребитель готов заплатить за каждую единицу (имеет место асимметрия информации). Если бы монополист обладал этой информацией, то он продавал бы каждую единицу ровно по той цене, которую за нее готовы заплатить (такое ценообразование известно как совершенная ценовая дискриминация — в обычном случае она монополисту недоступна), и смог бы продать в том числе те единицы, которые в стандартной ситуации не продаются. Весь излишек в данном случае достался бы монополисту, однако объем продаж соответствовал бы совершенной конкуренции и потерь благосостояния (DWL) бы не было.

Альтернативное решение. При симметрии информации государство знает функцию издержек монополиста и может назначить потолок цены, которая сложилась бы при совершенной конкуренции фирм с такой функцией издержек. Тогда потерь благосостояния (DWL) не будет и излишек потребителя может быть положительным.

Баллы за такое решение выставлялись, только если был приведен *конкретный пример* государственного регулирования, например, введение потолка цен на уровне совершенной конкуренции. Без конкретного примера решение считается неполным.

в) Принимая решение о выпуске, монополист сравнивает свои MR и MC . Однако дополнительная выгода потребителей больше, чем MR продавца. Как видно из графика, ситуацию можно представить в виде стандартной проблемы недопроизводства блага при положительном внешнем эффекте.



г) Верно. Например, в олигополиях, где фирмы конкурируют по объему выпуска, каждая фирма, производя дополнительную единицу продукции, не учитывает, что рыночная цена снижается и для других фирм. Это не что иное, как отрицательная экстерналия, которая приводит, как и положено, к слишком большому объему производства (по сравнению с той ситуацией, когда решение принимал бы монополист без этого внешнего эффекта). Из-за этого суммарная прибыль фирм меньше максимально возможной. (Хотя, надо сказать, для потребителей наличие такой экстерналии выгодно.)

Схема проверки

- Во всех пунктах 3 балла ставится за полностью верное объяснение.
- Верный ответ без полного объяснения не оценивается.
- Если в пункте приведено полностью верное рассуждение, однако сделан неверный вывод и написано, что экономист неправ, за пункт ставился 1 балл.

Дополнительные комментарии:

б) *Для альтернативного решения.* Решение без конкретного примера государственного вмешательства и указания, в каком размере должна быть назначена цена или выдана субсидия, считается неполным и оценивается в 0 баллов.

в) Если указано, что фирма максимизирует свою прибыль, *не заботясь о благосостоянии потребителей*, но не указано, в чем именно заключается внешний эффект

на потребителей, ставился 1 балл. Если при этом сделан вывод, что высказывание неверно, пункт оценивается в 0 баллов.

Если указано только, что монополист максимизирует прибыль, но не указано, что он не заботится об общественном благосостоянии или излишке потребителей, то ставится 0 баллов.

За другие неполные ответы ставится 0 баллов.

г) Если не указано стратегическое взаимодействие и в чем именно заключается внешний эффект, ставится 0 баллов.

Идеи о дополнительных расходах на рекламу, получение информации и т. п. без описания стратегического взаимодействия и сути внешнего эффекта не оцениваются.

Задача 3. Субсидия в условиях недостатка данных (12 баллов)

В региональном этапе олимпиады вы решали задачу, в которой вам предлагалось найти ставку субсидии, которая приведет к восстановлению изначального равновесия на рынке после шока предложения. Для нахождения этой ставки вам была дана эластичность предложения в точке равновесия, но в жизни такая информация не всегда доступна тем, кто проводит экономическую политику.

Рассмотрите снова рынок товара X , спрос и предложение на котором в любой момент времени описываются линейными функциями. Изначально равновесная цена равна 40, а выпуск — 20. Из-за пандемии нарушились цепочки поставок, и предложение товара упало. Цена повысилась до 50, а выпуск сократился до 10.

Министерство экономики считает правильным ввести субсидию *в процентах от цены потребителя*, чтобы цена для потребителя опустилась обратно до 40. (Субсидия выплачивается производителю.) Вы — сотрудник министерства, которому нужно рассчитать ставку этой субсидии. Вы знаете только то, что описано выше, а также из опроса экспертов знаете, что коэффициент эластичности предложения по цене в новой точке равновесия ($P = 50$, $Q = 10$) лежит на отрезке от 1 до 10.

а) (6 баллов) Определите минимальную ставку субсидии s в процентах от цены потребителя, после введения которой цена для потребителя *гарантированно* опустится на уровень *не выше* 40.

б) (2 балла) Определите возможные значения равновесного выпуска, если будет введена субсидия по ставке s , найденной вами в пункте а).

в) (4 балла) Определите возможные значения расходов на выплату субсидии, если будет введена субсидия по ставке s , найденной вами в пункте а).

Решение

а) Восстанавливая функцию спроса по двум точкам $P = 50$, $Q = 10$ и $P = 40$, $Q = 20$, получаем $Q_d = 60 - P$.

Пусть новая (после падения) функция предложения есть $Q = cP - d$. Предложение точно проходит через точку $P = 50$, $Q = 10$, поэтому $10 = 50c - d$, $d = 50c - 10$, так что

$$q_1 = cP + 10 - 50c$$

Эластичность предложения в данной точке равна

$$E = c \frac{P}{Q} = c \frac{50}{10} = 5c.$$

По условию, $E \in [1; 10]$, откуда $c \in [0,2; 2]$.

В результате введения процентной субсидии кривая предложения поворачивается: $q_2 = c \cdot s \cdot P - d$, где s — то, во сколько раз цена производителя больше цены потребителя при введении субсидии.

Функция предложения должна пройти через точку $Q = 20$, $P = 40$, или ниже, откуда

$$20 \leq c \cdot s \cdot 40 - d = c \cdot s \cdot 40 + 10 - 50c.$$

$$s \geq \frac{10 + 50c}{40c} = \frac{1}{4c} + \frac{5}{4}$$

Нам нужно найти минимальное значение s , при котором данное неравенство выполняется для всех $c \in [0,2; 2]$. Правая часть убывает по c , поэтому неравенство выполнено для всех $c \in [0,2; 2]$ при *наименьшем* c из этого отрезка, $c = 0,2$. Значит, искомый минимальный коэффициент субсидии есть

$$s_{min} = \frac{1}{4 \cdot 0,2} + \frac{5}{4} = 1,25 + 1,25 = 2,5.$$

Значит, искомая ставка субсидии есть $s - 1 = 1,5$.

Ответ: 150 %.

Примечание: Значение $c = 0,2$ соответствует минимальной эластичности $E = 1$. До того, что нужно брать минимальную эластичность, можно додуматься на основе экономической интуиции. Действительно, нам нужно увеличить выпуск, а эластичность предложения как раз и есть параметр, который показывает, насколько легко фирмы готовы увеличить выпуск при увеличении цены. Чем меньше эластичность, тем меньше фирмы готовы увеличивать выпуск, и тем хуже ситуация для нас. Нам нужно, чтобы субсидия сработала даже в худшем случае, и поэтому нужно рассчитывать субсидию исходя из минимальной эластичности.

б) Найдем новое равновесие после введения субсидии по ставке 150 %.

$$60 - P = 2,5cP - 50c + 10,$$

откуда $P = 20 + \frac{30}{2,5c+1}$, $Q = 60 - P = 40 - \frac{30}{2,5c+1}$. Q монотонно возрастает по c , поэтому максимальное Q соответствует максимальному c , а минимальное Q соответствует минимальному c . При $c = 0,2$ $Q = 20$, при $c = 2$ $Q = 35$.

Ответ: $Q \in [20; 35]$.

в) Возможен долгий вывод расходов в зависимости от эластичности или коэффициента c , но это не требуется.

Будем рассматривать расходы на выплату субсидии как функцию от Q . Эти расходы равны

$$S = 1,5 \cdot P \cdot Q = 1,5 \cdot (60 - Q)Q.$$

Нам нужно лишь найти максимальное и минимальное значение этой квадратичной функции на отрезке $[20; 35]$.

Ветви параболы направлены вниз, поэтому максимум достигается в вершине $Q^* = 30 \in [20; 35]$. Максимальное значение расходов на выплату субсидии составляет $1,5 \cdot 30^2 = 1350$. В силу симметричности параболы, минимальное значение достигается в более далеком от вершины конце отрезка, то есть при $Q = 20$; оно равно $1,2 \cdot 40 \cdot 20 = 1200$.

Ответ: $S \in [1200; 1350]$.

Примечание: если ошибочно предположить, что минимум и максимум расходов достигаются при крайних значениях Q , то можно прийти к неверному ответу $[1200; 1312,5]$.

Схема проверки

а) Всего за пункт — 6 баллов.

- Построение функции спроса — 1 балл.
- Построение функции предложения — 1 балл.
- $q_1 = cP + 10 - 50c$ или другое полное описание возможных функций предложения — 1 балл.
- Аналитическое введение субсидии — 1 балл.
- $s = \frac{1}{4c} + \frac{5}{4}$, $c \in [0,2; 2]$ — 1 балл.
- Идея о том, что надо брать минимальное c — 1 балл.

б) Всего за пункт — 2 балла.

- Нахождение $q_{min} = 20$ — 1 балл.
- Нахождение $q_{max} = 35$ — 1 балл.

в) Всего за пункт — 4 балла.

- Нахождение $S_{min} = 1200$ — 1 балл.
- Нахождение $S_{max} = 1350$ — 3 балла.

Задача 4. Выбираем рыночную нишу (12 баллов)

На рынке жизненно необходимых виджетов есть две фирмы, — 1 и 2, а также очень большое число покупателей. Виджеты, выпускаемые разными фирмами, могут отличаться по качеству и цене. Полезность покупателя от покупки товара качества x по цене p задается уравнением $U = w \cdot x - p$, где w — готовность данного покупателя платить за единицу качества. У разных покупателей w разная, причем параметр w распределен среди населения равномерно на отрезке $[0; 1]$, то есть для любых w_1, w_2 таких, что $0 \leq w_1 \leq w_2 \leq 1$, доля людей, чья w лежит на отрезке $[w_1; w_2]$, равна $w_2 - w_1$. Например, доля людей, чья w находится на отрезке $[0,4; 0,7]$ равна 0, 3. Из всех виджетов, предложенных на рынке, покупатель выбирает тот, полезность от покупки которого наибольшая. Если покупатель не покупает ни один из виджетов, его полезность равна минус бесконечности. Общие издержки каждой из фирм равны $TC = xQ$, где x — качество товара данной фирмы, Q — количество проданных единиц. Качество товара может быть любым числом на отрезке $[0; 1]$.

Если качество товара уже выбрано, то его сложно изменить. Цены же можно переустанавливать свободно. Поэтому схема взаимодействия фирм выглядит следующим образом:

1. Сначала фирма 1 выбирает качество своего товара x_1 .
2. Фирма 2 наблюдает x_1 и затем выбирает качество своего товара x_2 . После этого шага качества товаров изменить нельзя. Первые два шага можно интерпретировать как выбор каждой из фирм своей *рыночной ниши*.
3. Затем обе фирмы, зная x_1 и x_2 , одновременно и независимо выбирают цены p_1 и p_2 . Цены, выбираемые на данном этапе, образуют *равновесие*, то есть цена p_1 должна быть оптимальна для фирмы 1 при фиксированных p_2, x_1, x_2 , и наоборот, цена p_2 должна быть оптимальна для фирмы 2 при фиксированных p_1, x_1, x_2 .
 - а) (1 балл) Если $p_1 < p_2$, а $x_1 < x_2$, какая доля потребителей купит товар первой фирмы (как функция от x_1, x_2, p_1, p_2)?
 - б) (11 баллов) Найдите качества товаров x_1, x_2 и цены p_1, p_2 , которые выберут фирмы.

Решение

а) Если $x_1 < x_2$ и $p_1 < p_2$, то товар более низкого качества купят те потребители, чей параметр w удовлетворяет неравенству $wx_1 - p_1 > wx_2 - p_2$, т.е. $w < \bar{w}$, где $\bar{w} = \frac{p_2 - p_1}{x_2 - x_1}$. Спрос Q_1 на товар первой фирмы равен количеству (массе) тех потребителей, для которых выполняется это неравенство: $Q_1 = \min\{\bar{w}, 1\}$.

б) Игра между фирмами состоит из трёх последовательных стадий: выбор первой фирмой x_1 , выбор второй фирмой x_2 и одновременный выбор фирмами p_1 и p_2 . В соответствии с алгоритмом обратной индукции будем анализировать эту игру, начиная с третьей стадии — выбора p_1 и p_2 .

Предположим сначала, что, как и в пункте а), $x_1 < x_2$. Тогда при заданной цене p_2 первой фирме выгодно выбрать $p_1 < p_2$, иначе её прибыль будет равна нулю. Также должно выполняться неравенство $p_2 - p_1 \leq x_2 - x_1$, иначе первая фирма захватывает

весь рынок и предлагает слишком низкую цену, которую можно было бы повысить, не теряя контроля над всем рынком, и тем самым увеличить прибыль. Таким образом, $p_2 - x_2 + x_1 \leq p_1 < p_2$, и тогда прибыль первой фирмы составляет

$$\pi_1 = \bar{w}(p_1 - x_1) = \frac{p_2 - p_1}{x_2 - x_1}(p_1 - x_1).$$

Эту функцию надо максимизировать по p_1 при $p_2 - x_2 + x_1 \leq p_1 < p_2$. Это парабола ветвями вниз, поэтому решение будет в вершине параболы $p_1 = \frac{p_2 + x_1}{2}$, если последняя расположена правее, чем левая граница допустимого промежутка $p_2 - x_2 + x_1$. Получаем кривую реакции первой фирмы:

$$\hat{p}_1(p_2) = \max \left\{ \frac{p_2 + x_1}{2}, p_2 - x_2 + x_1 \right\}.$$

Следуя аналогичной логике, строим кривую реакции второй фирмы: она выбирает p_2 так, чтобы максимизировать свою прибыль

$$\pi_2 = (1 - \bar{w})(p_2 - x_2) = \left(1 - \frac{p_2 - p_1}{x_2 - x_1} \right) (p_2 - x_2)$$

при ограничениях $p_1 + x_2 - x_1 < p_2 \leq p_1$. Кривая реакции второй фирмы:

$$\hat{p}_2(p_1) = \max \left\{ \frac{2x_2 + p_1 - x_1}{2}, p_1 \right\}.$$

Приведённые выше уравнения кривых реакции верны при $p_1 \geq x_1$ и $p_2 \geq x_1$, иначе одна из фирм получила бы отрицательную прибыль, чего не может быть при рациональном поведении.

Равновесие в третьей стадии игры — точка пересечения кривых реакции:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow \begin{cases} p_1 = \frac{x_1 + 2x_2}{3} \\ p_2 = \frac{4x_2 - x_1}{3} \end{cases}.$$

Следовательно, доли рынка, контролируемые первой и второй фирмой, будут, соответственно, $Q_1 = \frac{2}{3}$ и $Q_2 = \frac{1}{3}$.

Теперь следует заметить, что предположение пункт а) не обязательно выполняется в пункте б). В частности, может быть $x_2 < x_1$, и тогда равновесие третьей стадии вычисляется по тем же формулам, с заменой местами индексов 1 и 2:

$$x_2 < x_1 \Rightarrow \begin{cases} p_1 = \frac{4x_1 - x_2}{3} \\ p_2 = \frac{x_2 + 2x_1}{3} \end{cases}.$$

Доли рынка, контролируемые первой и второй фирмой, будут, соответственно, $Q_1 = \frac{1}{3}$ и $Q_2 = \frac{2}{3}$. Таким образом, мы установили интересный факт: фирма с более низким качеством всегда получит $\frac{2}{3}$ рынка независимо от конкретных значений качеств!

Наконец, возможно и такое, что $x_2 = x_1$. В этом случае обе фирмы в равновесии назначают цены $p_1 = p_2 = x_1 = x_2$, дающие им нулевую прибыль. Иначе, если бы прибыль одной из фирм была положительной, например, $p_1 > x_1$, то другая фирма назначила бы цену чуть меньше ($p_2 = p_1 - \varepsilon$ при малом $\varepsilon > 0$) и увеличила бы свою прибыль, получив полный контроль над рынком. Это та же ситуация, что возникает в модели Бертрана.

Теперь будем анализировать вторую стадию игры: выбор второй фирмой $x_2 \in [0; 1]$ при фиксированном $x_1 \in [0; 1]$. Вторая фирма должна решить, занять нишу выше конкурента ($x_2 > x_1$), ту же ($x_2 = x_1$) или ниже ($x_1 < x_2$). Подставим в формулу прибыли второй фирмы вычисленные выше значения p_1 и p_2 для всех трёх рассмотренных случаев:

$$\pi_2(x_2) = \begin{cases} \frac{1}{3}(p_2 - x_2) = \frac{1}{3}(x_2 - x_1), & \text{если } x_1 < x_2, \\ \frac{2}{3}(p_2 - x_2) = \frac{4}{3}(x_1 - x_2), & \text{если } x_2 < x_1, \\ 0, & \text{если } x_2 = x_1. \end{cases}$$

Эта кусочно-линейная функция имеет V-образный график зависимости от x_2 , т. е. достигает максимума по $x_2 \in [0; 1]$ в одной из крайних точек отрезка $[0; 1]$. Подставляя $x_2 = 0$ и $x_2 = 1$ и сравнивая π_2 при этих значениях x_2 , получаем оптимальный выбор второй фирмой x_2 в зависимости от x_1 :

$$\hat{x}_2(x_1) = \begin{cases} 1, & \text{если } x_1 < \frac{1}{5}, \\ 0, & \text{если } x_1 > \frac{1}{5}, \\ 0 \text{ или } 1, & \text{если } x_1 = \frac{1}{5}. \end{cases}$$

Наконец, переходим к анализу первой стадии игры – выбора первой фирмой оптимального $x_1 \in [0; 1]$. Подставим в формулу прибыли первой фирмы вычисленные выше значения p_1 , p_2 и x_2 :

$$\pi_1 = \begin{cases} \frac{2}{3} \left(\frac{x_1 + 2x_2}{3} - x_1 \right) = \frac{4}{9}(1 - x_1), & \text{если } x_1 < \frac{1}{5}, \\ \frac{1}{3} \left(\frac{4x_1 - x_2}{3} - x_1 \right) = \frac{1}{9}x_1, & \text{если } x_1 > \frac{1}{5}, \\ \frac{1}{45} \text{ или } \frac{16}{45}, & \text{если } x_1 = \frac{1}{5}. \end{cases}$$

Максимум этой функции по $x_1 \in [0; 1]$ достигается при $x_1 = 0$. Таким образом, ответ на пункт б) такой: $x_1 = 0, x_2 = 1, p_1 = \frac{2}{3}, p_2 = \frac{4}{3}$.

Примечания:

- В данной модели мы наблюдаем значительные «силы отталкивания» между фирмами: каково бы ни было x_1 , вторая фирма захочет быть в одной из дальних от x_1 точек. Это происходит потому, что одинаковое качество приводит к серьезной ценовой войне по Бертрану между фирмами и сводит прибыль на нет. И наоборот, максимально разные качества позволяют сегментировать рынок и тем самым смягчить ценовую конкуренцию.
- В обобщении данной модели первая фирма (лидер) не всегда будет выбирать более низкое качество. Если средние издержки равны не x , а cx , где $c < \frac{\sqrt{7}-1}{2}$, лидер выберет высокое качество $x_1 = 1$, а последователь низкое качество $x_2 = 0$.
- Одновременное равновесие в ценах, предполагаемое в данной модели, можно интерпретировать как результат процесса подстройки, когда любая фирма, чья цена не оптимальна при наблюдаемых качествах и цене конкурента, меняет цену в сторону оптимальной. По ценам такая подстройка может быть достаточно быстрой. По качествам же подобный процесс подстройки затруднен, так как качество товара изменить сложнее. Поэтому выбор качеств моделируется как последовательный, а не одновременный.

Схема проверки

В пункте а) 1 балл ставился за ответ $Q_1 = \bar{w} = \frac{p_2 - p_1}{x_2 - x_1}$, даже если не указано, что на самом деле $Q_1 = \min\{\bar{w}, 1\}$. За ошибочный ответ $Q_1 = 1 - \bar{w}$ ставилось 0 баллов.

В пункте б) три балла ставились за нахождение равновесия для третьей стадии игры: (p_1, p_2) как функции от x_1, x_2 (если строились кривые реакции, то по одному баллу за «главную» секцию каждой из них и один балл за нахождение пересечения).

Один балл ставился за проверку того, что в равновесии третьей стадии не может быть краевого решения, в котором одна из фирм контролировала бы весь рынок. Не обязательно для этого строить полностью обе кривые реакции, состоящие из двух секций, достаточно рассуждения, что в таком равновесии одна из фирм получала бы нулевую прибыль и вследствие этого имела бы стимул отклониться.

Один балл ставился за указание того, что может быть $x_2 < x_1$, и тогда равновесие третьей стадии вычисляется по тем же формулам, что и для случая $x_1 < x_2$, но с заменой местами индексов 1 и 2.

Один балл ставился за проверку того, что в равновесии не может быть $x_2 = x_1$. Годится такая аргументация: поскольку вторая фирма получает нулевую прибыль, она не будет устанавливать $x_2 = x_1$ на второй стадии игры.

Три балла ставились за нахождение $\hat{x}_2(x_1)$ для второй стадии игры: по одному баллу за каждый из участков кусочно-линейной функции π_2 и один балл за нахождение оптимального x_2 .

Два балла ставились за нахождение оптимального x_1 для первой стадии игры: один балл за нахождение функции π_1 (или её части, достаточной для получения оптимума) и один балл за нахождение оптимума в задаче максимизации этой функции.

Если правильный ответ на пункт б) получен при предположениях пункта а), без

рассмотрения случаев $x_2 < x_1$ и $x_2 = x_1$, то из шести последних баллов начисляется только один — за нахождение $\hat{x}_2(x_1)$ для второй стадии игры при $x_1 < x_2$. Все остальные баллы, в том числе, последний, за получение правильного ответа, основываются на правильно вычисленных кусочно-линейных функциях прибыли, поэтому не могут быть начислены.

За арифметическую ошибку, не влияющую существенно на дальнейший ход решения и экономический смысл результатов, из оценки вычитался один балл.

К оценке мог быть добавлен один балл, если был явно сформулирован детальный план правильного решения, пусть и не реализованный корректно.