

## 9 класс

## Второй день

- 9.6. Десятизначные натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $a + b = c$ . Какое наибольшее количество из 30 их цифр могут оказаться нечётными?
- 9.7. Вася записал в клетки таблицы  $9 \times 9$  натуральные числа от 1 до 81 (в каждой клетке стоит по числу, все числа различны). Оказалось, что любые два числа, отличающихся на 3, стоят в соседних по стороне клетках. Верно ли, что обязательно найдутся две угловых клетки, разность чисел в которых делится на 6?
- 9.8. Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Оказалось, что точка пересечения медиан треугольника  $ABD$  лежит на биссектрисе угла  $BCD$ . Докажите, что точка пересечения медиан треугольника  $ABC$  лежит на биссектрисе угла  $ADC$ .
- 9.9. В алфавите  $n > 1$  букв; *словом* является каждая конечная последовательность букв, в которой любые две соседние буквы различны. Слово называется *хорошим*, если из него нельзя вычеркнуть все буквы, кроме четырёх, так, чтобы осталась последовательность вида  $aabb$ , где  $a$  и  $b$  — различные буквы. Найдите наибольшее возможное количество букв в хорошем слове.
- 9.10. Витя записал в тетрадь  $n$  различных натуральных чисел. Для каждой пары чисел из тетради он выписал на доску их наименьшее общее кратное. Могло ли при каком-то  $n > 100$  случиться так, что  $\frac{n(n-1)}{2}$  чисел на доске являются (в некотором порядке) последовательными членами непостоянной арифметической прогрессии?

## 9 класс

## Второй день

- 9.6. Десятизначные натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $a + b = c$ . Какое наибольшее количество из 30 их цифр могут оказаться нечётными?
- 9.7. Вася записал в клетки таблицы  $9 \times 9$  натуральные числа от 1 до 81 (в каждой клетке стоит по числу, все числа различны). Оказалось, что любые два числа, отличающихся на 3, стоят в соседних по стороне клетках. Верно ли, что обязательно найдутся две угловых клетки, разность чисел в которых делится на 6?
- 9.8. Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Оказалось, что точка пересечения медиан треугольника  $ABD$  лежит на биссектрисе угла  $BCD$ . Докажите, что точка пересечения медиан треугольника  $ABC$  лежит на биссектрисе угла  $ADC$ .
- 9.9. В алфавите  $n > 1$  букв; *словом* является каждая конечная последовательность букв, в которой любые две соседние буквы различны. Слово называется *хорошим*, если из него нельзя вычеркнуть все буквы, кроме четырёх, так, чтобы осталась последовательность вида  $aabb$ , где  $a$  и  $b$  — различные буквы. Найдите наибольшее возможное количество букв в хорошем слове.
- 9.10. Витя записал в тетрадь  $n$  различных натуральных чисел. Для каждой пары чисел из тетради он выписал на доску их наименьшее общее кратное. Могло ли при каком-то  $n > 100$  случиться так, что  $\frac{n(n-1)}{2}$  чисел на доске являются (в некотором порядке) последовательными членами непостоянной арифметической прогрессии?