

6 класс (решения)

Задача 6.1. Найдите любое решение ребуса

$$\overline{AB} + A \cdot \overline{CCC} = 247,$$

где A, B, C — три различные ненулевые цифры; запись \overline{AB} означает двузначное число, составленное из цифр A и B ; запись \overline{CCC} означает трёхзначное число, состоящее только из цифр C . В качестве ответа напишите трёхзначное число \overline{ABC} .

Ответ: 251.

Решение. Число \overline{CCC} делится на 111 и меньше, чем 247, значит $A \cdot \overline{CCC}$ равно 111 или 222. В первом случае получаем, что $\overline{AB} = 247 - 111 = 136$, чего быть не может. Во втором случае $\overline{AB} = 247 - 222 = 25$, то есть $A = 2, B = 5$ и, следовательно, $C = 1$. \square

Задача 6.2. На балу собрались принцессы и рыцари — всего 22 человека. Первая принцесса потанцевала с семью рыцарями, вторая — с восемью рыцарями, третья — с девятью рыцарями, ..., последняя потанцевала со всеми присутствующими рыцарями. Сколько всего принцесс было на балу?

Ответ: 8.

Решение. Заметим, что количество рыцарей, с которыми потанцевала принцесса, на 6 больше, чем её номер. Пусть было всего x принцесс, тогда последняя имеет номер x и потанцевала со всеми рыцарями, и их всего $x + 6$. Получаем, что всего на балу было $x + (x + 6) = 2x + 6 = 22$ человек, а значит, принцесс было 8. \square

Задача 6.3. Дима, Миша и Юра решили выяснить, кто из них самый спортивный. Для этого они провели 10 состязаний. Победитель получал 3 балла, занявший второе — 1 балл, а занявший третье место ничего не получал (в каждом состязании было первое, второе и третье места). В сумме Дима набрал 22 балла, а Миша — 8 баллов. Сколько баллов набрал Юра?

Ответ: 10.

Решение. В каждом состязании мальчики в сумме получали $3 + 1 + 0 = 4$ балла. За все состязания они набрали $4 \cdot 10 = 40$ баллов. Дима и Миша в сумме набрали $22 + 8 = 30$ баллов, значит, оставшиеся $40 - 30 = 10$ баллов набрал Юра. \square

Задача 6.4. Катя на свой день рождения угощала одноклассников конфетами. Раздав некоторое количество конфет, она заметила, что у неё осталось на 10 конфет больше, чем

получил Артём. После этого она дала каждому ещё по одной конфете, и оказалось, что у всех детей в классе (включая Катю) стало одинаковое количество конфет. Сколько у Кати одноклассников?

Ответ: 9.

Решение. Сначала количество конфет у Кати и Артёма отличалось на 10. Когда Катя раздала всем ещё по одной конфете, количество конфет у Артёма увеличилось на 1, а количество конфет у Кати уменьшилось на количество её одноклассников, и у них стало поровну. Получаем, что 10 — это количество её одноклассников плюс 1. Значит, у Кати 9 одноклассников.

Задача 6.5. Кот Матроскин, Дядя Фёдор, почтальон Печкин и Шарик сели за круглый стол. Перед каждым из них стояла тарелка с 15 бутербродами. Каждую минуту трое съели бутерброд из своей тарелки, а четвёртый съел бутерброд из тарелки соседа. Через 5 минут после начала трапезы в тарелке Дяди Фёдора осталось 8 бутербродов. Какое минимальное количество бутербродов могло остаться на тарелке кота Матроскина?

Ответ: 7

Решение. Будем называть бутерброды, съеденные из тарелки соседа, *ворованными*. Заметим, что за 5 минут было своровано ровно 5 бутербродов.

При этом из тарелки Дяди Фёдора исчезло 7 бутербродов, из них он сам съел не более 5, значит, не менее 2 было своровано. Отсюда ясно, что из тарелки Матроскина своровали не более 3 бутербродов, то есть не более 8 бутербродов всего оттуда исчезло. Следовательно, не менее 7 бутербродов осталось.

Заметим, что ровно 7 бутербродов могло остаться, если Дядя Фёдор и Матроскин всегда ели бутерброды со своих тарелок, а Шарик сидел между ними и съел 2 бутерброда у Дяди Фёдора и 3 бутерброда у Матроскина.

Задача 6.6. Ксюша поставила фишку в одну из клеток квадрата 4×4 . Она передвигала фишку по клеткам этого квадрата, каждый раз переходя из клетки в соседнюю по стороне, и побывала в каждой клетке ровно один раз. В каждую клетку она записала номер хода, на котором фишка попадала в данную клетку (рисунок слева). Она сделала так ещё раз, но записала только 3 хода (рисунок справа). Найдите, какие числа должны стоять в отмеченных клетках.

16	15	14	13
3	2	11	12
4	1	10	9
5	6	7	8

A		2	
	B	5	
	13	C	
			D

- (a) Вместо буквы *A* (1) стояло число 6.
 (b) Вместо буквы *B* (2) стояло число 8.
 (c) Вместо буквы *C* (3) стояло число 14.
 (d) Вместо буквы *D* (4) стояло число 16.

Ответ: a4, b3, c1, d2

Решение. Начать мы можем либо слева, либо справа от клетки с номером 2. Если мы начнём с клетки справа, то последовательность клеток до номера 5 определяется однозначно. Далее перебором можно убедиться, что остался только один вариант маршрута, и на клетку с номером 13 он не попадает на соответствующем ходу. Следовательно, справа начинать нельзя.

A		2	
	B	5	
	13	C	
			D

Получаем, что начало в клетке слева от 2. Дойдя до клетки 5, мы можем повернуть в клетки *B* или *C*. Если мы повернём в клетку *B*, то следующий ход обязательно в клетку 13 (иначе весь квадрат не обойти), что противоречит условию. Значит, клетка *C* имеет номер 6; далее маршрут однозначно достраивается.

A		2	
	B	5	
	13	C	
			D

Задача 6.7. В магазин привезли по одному ящику с апельсинами, яблоками, огурцами и картофелем. Ящики были пронумерованы числами от 1 до 4, и на каждом из них была надпись.

- Первый ящик: «Во втором ящике картофель».
- Второй ящик: «Апельсины не в этом ящике».
- Третий ящик: «Здесь лежат яблоки».
- Четвёртый ящик: «Огурцы лежат в 1-м или 2-м ящике».

Оказалось, что на фруктах (апельсины и яблоки) надписи ложные, а на овощах (огурцы и картофель) верные. Определите, в каком ящике что лежит.

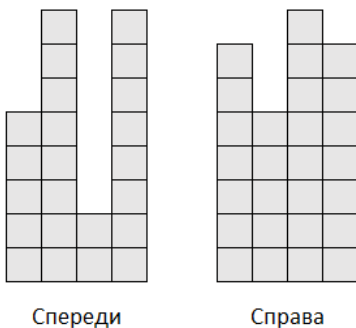
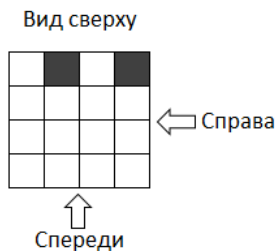
- | | |
|------------------------------|----------------------------|
| (a) В первом ящике | (1) лежат апельсины |
| (b) Во втором ящике | (2) лежат яблоки |
| (c) В третьем ящике | (3) лежат огурцы |
| (d) В четвёртом ящике | (4) лежит картофель |

Ответ: a2 b3 c1 d4.

Решение. Посмотрим на третий ящик. В нём не могут быть овощи (так как надпись была бы ложной) и не могут быть яблоки (так как надпись была бы верной); значит, там должны быть апельсины.

Теперь посмотрим, где могут лежать яблоки. Это не второй ящик (так как надпись на нём была бы верной), и это не четвёртый ящик (так как огурцы бы лежали в 1 или 2 ящике, и надпись на нём была бы верной); значит, это первый ящик. Осталось заметить, что надписи на 2 и 4 ящике верные, откуда следует, что огурцы во втором, а картофель в четвёртом. □

Задача 6.8. Никита взял доску 4×4 и на каждую клетку поставил столбик из кубиков. На две клетки по 1 кубику, на две клетки по 2 кубика, на две клетки по 3 кубика, ..., на две клетки по 8 кубиков. Потом он нарисовал, как выглядит конструкция спереди и справа (если перед столбиком из 8 кубиков стоит столбик из 5, то Никита нарисует столбик из 8 кубиков). Сколько в сумме кубиков он поставил на 2 выделенные клетки?



Ответ: 13

Решение. Пронумеруем строки и колонки доски 4×4 так, чтобы первая строка была сзади, а первая колонка — слева.

Рассмотрим объединение 1-й и 3-й колонок и 3-й строки. Это 10 клеток, на которых не может быть более чем по 5 кубиков. Так как всего столбиков не более чем из 5 кубиков ровно 10, то они на этих клетках и стоят; во всех остальных позициях кубиков больше.

Заметим, что позиции столбиков из 8 кубиков определяются однозначно — это пересечение третьей строки с второй и четвертой колонками.

Остаётся четыре клетки на пересечении 1-й и 4-й строки и 2-й и 4-й колонки (из них две клетки нас интересуют) и по два столбика из 6 и из 7 кубиков, которые должны на них располагаться. При этом один столбик из 7 кубиков должен быть в 1-й строке, а ещё один — в 4-й строке. Значит, из двух интересующих нас клеток на одной 6 кубиков, а на другой — 7. □