

Задача 1. Блиц**(12 баллов)**

В первом задании олимпиады вам предлагается ответить на несколько не связанных друг с другом коротких вопросов.

а) (4 балла) Экономические Ахиллес и черепаха. В феврале 2020 года было опубликовано видео беседы известного экономиста М. с известным экономистом Г. Одной из тем беседы стала экономическая гонка США и Китая. Экономист Г. заметил: «Если ВВП на душу населения в США растет с темпом 2 % в год, а в Китае — с темпом 6 % в год, то 4 % — это скорость, с которой Китай догоняет США, и в конце концов, они их догонит». Экономист М. парировал: «Если Китай, с ВВП на душу населения 10 000 долларов, растет на 6 % в год, он прибавляет по 600 долларов на человека. Если США, с ВВП на душу населения 64 000 долларов, растут на 2 % в год, они прибавляют примерно по 1 300 долларов на человека. Поскольку $1300 > 600$, Китай никогда не догонит США». Если приведенные числовые данные верны и темпы прироста ВВП на душу населения будут сохраняться, догонит ли Китай США? Если да, то в чем именно ошибка экономиста М.?

б) (4 балла) Психологическое ценообразование. Во многих магазинах можно встретить цены, которые немного меньше ближайших к ним целых или круглых чисел: 999 руб., 19,95 \$, 29,99 € и т. п. Самое распространенное объяснение использования этой стратегии — особенность психологии восприятия цены некоторыми потребителями. Поняв, что это за особенность, изобразите возможный график кривой спроса, отражающий ее. Из графика должно быть очевидно, почему описанная стратегия ценообразования оптимальна для продавцов. Особенность психологии людей словами описывать не нужно, в ответе должен быть *только график*.

в) (4 балла) Парадокс вакцинации. Допустим, в разгар эпидемии, вызванной вирусом X, становится доступной вакцина от вируса X, обладающая лишь частичной эффективностью (например, 60 %). Приведите экономическое объяснение того, что в результате появления такой вакцины заболеваемость вирусом X может парадоксальным образом вырасти, а не сократиться.

Задача 2. «Вычитание» КПВ**(12 баллов)**

Страна A состоит из двух регионов — A_1 и A_2 , в стране производится только масло (X) и пушки (Y). У вас есть информация об уравнениях кривых производственных возможностей страны A и региона A_1 . Восстановите информацию о КПВ региона A_2 : найдите ее уравнение (достаточно привести одно подходящее и доказать, что оно подходит) или докажите, что КПВ страны A и региона A_1 одновременно такими быть не могут. В задаче три пункта, комбинации КПВ приведены в таблице ниже. В пункте **в)** максимальное производство масла в регионе A_1 равно 1.

	КПВ страны A	КПВ региона A_1
а) (4 балла)	$Y = 2 - X$	$y_1 = 1 - x_1$
б) (4 балла)	$Y = 8 - 2X^2$	$y_1 = 1 - x_1^2$
в) (4 балла)	$Y = 2 - X$	$y_1 = 1 - \sqrt{1 - (1 - x_1)^2}$

Задача 3. Голосование о торговле**(12 баллов)**

Мировую экономику составляют три страны — А, В и С. В каждой из них функция спроса на рынке товара Икс строго убывает, а функция предложения — строго возрастает, и изначально производится положительное количество товара.

Страны рассматривают возможность открытия международной торговли. Если это произойдет, то на мировом рынке установится единая цена. Решение об открытии торговли будет приниматься на специальном Мировом Съезде Представителей с помощью голосования. На съезд приедет по два представителя от каждой страны, причем один из них будет представлять интересы потребителей, а другой — интересы производителей из этой страны.

Каждый из представителей обладает полной информацией о спросе и предложении во всех странах. Представители голосуют исходя из того, что потребители хотели бы покупать товар подешевле, а производители — продавать подороже. Если некоторая группа безразлична между открытием торговли и не-открытием, то ее представитель на всякий случай голосует против открытия торговли. Если торговля открывается, то в ней обязательно участвуют все три страны.

а) (3 балла) Допустим, международная торговля будет открыта, если за это проголосует большинство, то есть как минимум 4 представителя из 6. Может ли при каких-либо функциях спроса и предложения в трех странах, удовлетворяющих условию, быть принято решение об открытии торговли?

б) (6 баллов) Как правило, производители имеют больше возможностей для лоббирования собственных интересов, и потому их влияние на принятие подобных решений больше, чем влияние потребителей. Смоделируем это так: предложим, что у каждого представителя потребителей есть один голос, а у каждого представителя производителей — 2 голоса. Решение об открытии торговли будет принято, если за него будет подано больше половины от общего количества голосов, то есть как минимум 5 голосов из 9. Кроме того, предположим, что функции спроса и предложения в странах А, В и С имеют вид, представленный в таблице

Страна	А	В	С
Спрос	$D = \frac{a}{\sqrt{P}}$	$D = \frac{40}{\sqrt{P}}$	$D = \frac{60}{\sqrt{P}}$
Предложение	$S = \sqrt{P}$	$S = \sqrt{P}$	$S = \sqrt{P}$

При каких значениях параметра $a > 0$ торговля будет открыта?

в) (3 балла) В стандартной модели совершенной конкуренции (без торговли) производители обычно выигрывают от роста спроса (за счет того, что повышается равновесная цена). Предположим, что накануне Мирового Съезда Представителей спрос в стране А вырос, то есть увеличилось значение параметра a . Верно ли, что это изменение обязательно приведет к росту цены, получаемой производителями из этой страны (с учетом результатов голосования на съезде)?

Задача 4. Круглое озеро

(12 баллов)

Озеро Йутават представляет собой идеальный круг. Борис, Евгений и Максим ловят в этом озере рыбу и продают ее местным жителям, которые живут вокруг озера. Каждый день рыбаки независимо друг от друга выбирают, в каких точках на берегу (окружности) озера организовать продажу рыбы. Жители распределены вокруг озера равномерно (то есть на каждый километр расстояния вдоль окружности приходится одинаковое и достаточно большое число жителей). Цена килограмма рыбы исторически сложилась на определенном уровне, она достаточно высока, чтобы окупать усилия и снасти рыбаков, никто из них не считает уместным ее менять. Каждый рыбак ловит достаточно много рыбы, чтобы хватило любому количеству потребителей.

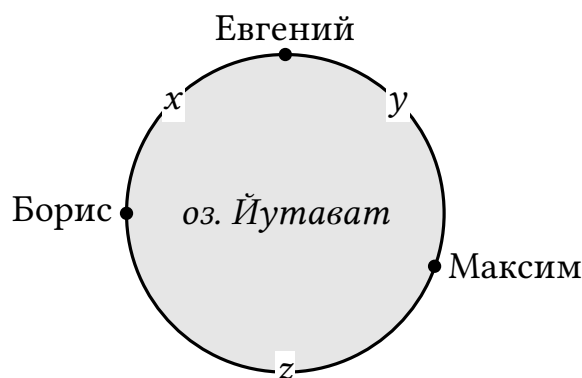
Каждый местный житель потребляет по 1 килограмму рыбы в день, покупая ее у ближайшего из трех рыбаков (по расстоянию, которое нужно проделать по окружности). Если расстояние от потребителя до двух ближайших рыбаков одинаково, то он принимает решение произвольным образом (этим потребителем можно пренебречь).

Рыбаки, таким образом, конкурируют за потребителей, и каждый из них хочет выбрать свое расположение на берегу озера так, чтобы максимизировать выручку. Два или три рыбака могут выбрать одну и ту же точку для продажи, в таком случае они будут делить выручку на равные части.

По итогам каждого дня каждый рыбак оценивает объем продаж за день и следующим образом принимает решение, где организовать продажи на следующий день:

- Если его сегодняшнее положение принесло ему максимальную дневную выручку среди всех вариантов его размещения (с учетом фактического положения двух других), то на следующий день он остается в той же точке.
- Если условие предыдущего пункта не выполнено, он выбирает какую-то другую точку, в которой при текущем расположении других рыбаков его выручка была бы больше.

По прошествии нескольких дней все рыбаки решили больше никуда не двигаться и навсегда остались в некоторых точках². Опишите их все возможные финальные расположения через ограничения на параметры x , y , z (расстояния между рыбаками). Считайте, что длина окружности $x + y + z = 1$.



Задача 5. Рынок заемных средств**(12 баллов)**

На рынке заемных средств страны Альфа предложение формируется домашними хозяйствами, величина сбережений которых зависит от ставки процента: $S(r) = 1800r$, где r — годовая ставка процента в долях. Спрос на заемные средства могут формировать только пять компаний, каждая из которых планирует реализовать инвестиционный проект сроком в один год (во всех случаях издержки возникают вначале года, а доход от реализации проекта — в конце года). Собственные средства для инвестиций компании не используют. Данные о планируемых издержках и доходах этих компаний представлены в таблице.

Компания	Издержки	Доход
A	100	110
C	200	240
D	300	390
E	100	135
F	50	100

Собственные средства для инвестиций компании не используют. Данные о планируемых издержках и доходах этих компаний представлены в таблице.

Ставка процента в стране Альфа регулируется центральным банком (других инструментов у центрального банка нет), и его цель состоит в том, чтобы максимизировать объем инвестиций, осуществляемых в экономике.

а) (5 баллов) Какие компании захотят реализовывать инвестиционные проекты, если годовая ставка процента равна 33 % ($r = 0,33$)?

б) (7 баллов) Один политик высказался, что для достижения максимального уровня инвестиций центральному банку страны Альфа давно пора снизить процентную ставку до нуля. Согласны ли вы с этим утверждением? Если да, объясните. Если нет, найдите ставку процента, которая обеспечит наибольший уровень инвестиций.

Задача 6. А спрос-то не линейный!**(12 баллов)**

Фирма-монополист недавно начала работать на новом рынке и пока не знает точно кривую спроса на свой товар. Назначив в январе цену 20, она продала 3 единицы продукции. Назначив в феврале цену 5, она продала 48 единиц. Предположив, что месячный спрос на продукцию фирмы линейный, менеджер восстановил уравнение спроса по этим двум точкам, а затем назначил в марте цену, оптимальную для этой линейной кривой спроса. Функция издержек фирмы задается уравнением $TC(Q) = 3Q$.

В действительности же функция месячного спроса на этот товар не линейная, а обладает постоянной эластичностью. (Иными словами, спрос описывается уравнением $Q(P) = A/P^k$ для каких-то A и k , и эластичность спроса как раз постоянна и равна $-k$.) В марте фирма произвела и продала объем, фактически истребованный потребителями по назначенной фирмой цене. Определите, какую долю от максимально возможной прибыли недополучила фирма в марте из-за неверного предположения о линейности спроса.

Задача 7. Люди и роботы: кто кого? (12 баллов)

В XXI веке ускорились темпы автоматизации производства, то есть замены труда людей капиталом — в основном, промышленными роботами. Неудивителен рост беспокойства по поводу того, что машины могут полностью заменить людей. В данной задаче мы рассмотрим модель, проливающую свет на этот феномен.

Рассмотрим фирму, производственная функция которой имеет вид

$$Q = \sqrt{L_1 + a \cdot R},$$

где Q — объем производства товара, L_1 — объем *неквалифицированного* труда людей (труда рабочих), R — объем труда роботов, $a \geq 0$ — параметр, характеризующий производительность роботов. Фирма закупает неквалифицированный труд людей и труд роботов на конкурентном рынке по одинаковой цене, равной 1. При безразличии фирма использует для производства труд роботов, а не людей.

Цена товара фирмы P не зависит произведенного количества товара, но зависит от его качества z : $P(z) = 4z$. Качество товара тем выше, чем больше инженеров, дизайнеров и других *квалифицированных* сотрудников наймет фирма. А именно, $z = \sqrt[4]{L_2}$, где L_2 — объем квалифицированного труда людей. Цена единицы квалифицированного труда людей фиксирована и равна 2.

- а) (1 балл) При каких значениях a фирма будет использовать труд роботов?
- б) (3 балла) Допустим, качество товара фиксировано на определенном уровне $z \geq 0$. Определите оптимальный для фирмы объем производства как функцию от z и a . Определите, какой объем L_1 будет нанимать фирма как функцию от z и a .
- в) (3 балла) Определите, какое качество z^* будет выбирать фирма как функцию от a .
- г) (2 балла) Определите величину *суммарного* спроса фирмы на труд людей как функцию от a .
- д) (3 балла) В XXI веке значение параметра a быстро растет. Допустим, a_1 и a_2 таковы, что при росте производительности роботов с a_1 до a_2 фирма увольняет неквалифицированных работников. Верно ли, что при этом величина *суммарного* спроса фирмы на труд людей тоже сократится? Если нет, приведите этому содержательное экономическое объяснение.

Задача 8. Инвестиции с минимальным сожалением (12 баллов)

Любой инвестор сталкивается с ситуацией, когда он жалеет о том, что вложил или не вложил деньги в определенный актив. Если стоимость актива растет, инвестор, не вложивший деньги в него, жалеет об этом; если же стоимость падает, сожаление испытывают инвесторы, вложившие деньги. Будущее неопределенно, и потому полностью избежать сожаления не удастся. Разные портфели активов, однако, характеризуются разным потенциальным сожалением. В этой задаче вам предлагается найти для нескольких примеров портфели активов, при которых потенциально возможное сожаление *минимально*.

Представим себе инвестора, имеющего 1 млн руб. и рассматривающего инвестиции в два актива: акции компании Alset, производящей электромобили, и компании Drof, производящей бензиновые автомобили.

Доходности	Сценарий 1	Сценарий 2
Акции Alset	+30 %	-10 %
Акции Drof	-20 %	+20 %

Цены на акции этих фирм обычно движутся в противоположном направлении. В зависимости от ситуации на энергетических рынках может реализоваться Сценарий 1, при котором растут акции Alset, или Сценарий 2, при котором растут акции Drof. Таблица возможных доходностей приведена справа. (Например, в Сценарии 1 цена акций Alset вырастет на 30 %.) В момент вложения средств инвестор не знает, какой сценарий реализуется.

Определим *сожаление* как разницу между максимальной прибылью при определенном сценарии и фактической прибылью. Например, если инвестор вложит в акции двух компаний по 0,5 млн руб. и реализуется Сценарий 1, инвестор получит прибыль в размере $0,3 \cdot 0,5 + (-0,2) \cdot 0,5 = 0,05$ млн руб, в то время как максимальная прибыль при данном сценарии равна $0,3 \cdot 1 = 0,3$ (все надо было вкладывать в Alset). Сожаление инвестора будет равно $0,3 - 0,05 = 0,25$ млн руб. Если же реализуется Сценарий 2, сожаление инвестора будет равно $0,2 \cdot 1 - (0,2 \cdot 0,5 + (-0,1) \cdot 0,5) = 0,2 - 0,05 = 0,15$ млн руб. Максимально возможное (по всем сценариям) сожаление инвестора при равном вложении средств будет равно $\max(0,25; 0,15) = 0,25$ млн руб.

а) (4 балла) Допустим, инвестор вкладывает в акции всю сумму. Определите, какую долю средств ему следует вложить в Alset, чтобы минимизировать максимально возможное в будущем сожаление.

б) (3 балла) Инвестор по-прежнему вкладывает всю сумму, но теперь есть Сценарий 3, при котором происходит кризис и акции обеих компаний падают в цене:

Доходности	Сценарий 1	Сценарий 2	Сценарий 3
Акции Alset	+30 %	-10 %	-30 %
Акции Drof	-20 %	+20 %	-20 %

Определите, какую долю средств ему следует вложить в Alset, чтобы минимизировать максимально возможное в будущем сожаление.

в) (5 баллов) Предположим, что в условиях пункта б) инвестор может не вкладывать часть денег в акции. Невложенные средства приносят доходность 0 % при любом сценарии. Определите, какие доли средств инвестору следует вложить в Alset и Drof, чтобы минимизировать максимально возможное в будущем сожаление.