

6 класс, решения

За верный ответ к каждой задаче дается 1 балл

Задача 1. В кондитерском магазине продаются конфеты трёх видов: карамельки по 3 рубля, ириски по 5 рублей и шоколадки по 10 рублей. Варя хотела приобрести ровно по 8 конфет каждого вида и захватила с собой 200 рублей. Утром она увидела в магазине объявления: «При оплате трёх шоколадок получи на кассе бесплатную ириску.» и «При оплате трёх ирисок получи на кассе бесплатную карамельку.» Сколько денег останется у Вари?

Ответ: 72 рубля.

Решение. Поскольку Варя купит больше шести, но меньше девяти шоколадок, она получит бесплатно две ириски. Тогда ей останется купить еще 6 ирисок, за что она получит бесплатно две карамельки, после чего ей останется купить ещё 6 карамелек. Тогда она потратит всего $8 \cdot 10 + 6 \cdot 5 + 6 \cdot 3 = 128$ рублей. При этом у нее останется $200 - 128 = 72$ рубля. \square

Задача 2. Найдите любое решение ребуса

$$A \cdot B + A + B = \overline{AB}.$$

A и B — две различные цифры; запись \overline{AB} означает двузначное число (то есть $A \neq 0$), составленное из цифр A и B . В качестве ответа напишите число \overline{AB} .

Ответ: Засчитывать любой вариант ответа из следующих: 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89.

Решение. Давайте докажем, что $B = 9$.

$$A \cdot B + A + B = \overline{AB};$$

$$A \cdot B + A = \overline{A0};$$

$$(B + 1) \cdot A = \overline{A0};$$

$$B + 1 = 10;$$

$$B = 9.$$

При этом любое A , не равное 0 и 9, нам подходит. \square

Задача 3. Во время математического тестирования Олег должен был разделить данное число на 2, а к результату прибавить 6. Но он поторопился и вместо этого умножил данное число на 2, а от результата отнял 6. Тем не менее, ответ у него получился правильный. Какое число было дано Олегу?

Ответ: 8.

Решение. Поскольку Олег умножил число на 2 вместо того, чтобы поделить, то на этом шаге он получил результат, который в четыре раза больше необходимого. Значит, разность между этими двумя результатами в три раза больше, чем необходимый результат. Но из условия следует, что эта разность равна $6 + 6 = 12$. Значит, необходимый результат равен $12 : 3 = 4$. Тогда загаданное число равно $4 \cdot 2 = 8$. \square

Задача 4. В альбоме нарисован клетчатый прямоугольник 3×7 . Робота Игоря попросили обвести все линии фломастером, и у него ушло на это 26 минут (робот рисует линии с постоянной скоростью). За сколько минут он сможет обвести фломастером все линии клетчатого квадрата 5×5 ?

Ответ: 30 минут.

Решение. Заметим, что клетчатый прямоугольник 3×7 состоит из четырёх горизонтальных линий длины 7 и восьми вертикальных линий длины 3. Тогда общая длина всех линий равна $4 \cdot 7 + 8 \cdot 3 = 52$. Получается, на сторону одной клеточки у Игоря уходит $26 : 52 = \frac{1}{2}$ минуты.

Прямоугольник 5×5 состоит из шести вертикальных и шести горизонтальных линий длины 5. Таким образом, общая длина линий равна $6 \cdot 5 + 6 \cdot 5 = 60$. Тогда у Игоря уйдёт на обводку $60 \cdot \frac{1}{2} = 30$ минут. \square

Задача 5. Гонец ехал на лошади, чтобы доставить послание Илье Муромцу. В какой-то момент он заметил, что Илья Муромец прошёл мимо него (и продолжает идти в противоположном направлении). Спустя 10 секунд (когда лошадь остановилась) гонец спешился и побежал догонять Илью. Через сколько секунд гонец доставит послание, если он бежит в два раза быстрее Ильи Муромца, но в пять раз медленнее скачущей лошади?

Ответ: 110.

Решение. Пусть Илья Муромец идёт со скоростью x метров в секунду. Тогда скорость гонца — $2x$, а скорость лошади — $10x$. Получается, через 10 секунд после встречи расстояние между гонцом и лошадью будет $10 \cdot x$ (прошёл Илья Муромец) $+ 10 \cdot 10x$ (проехала лошадь до полной остановки) $= 110x$. После этого скорость сближения гонца и Ильи Муромца равна $2x - x = x$. Таким образом, гонец доставит послание через 110 секунд. \square

Задача 6. В королевстве живут графы, герцоги и маркизы. Однажды каждый граф сразился на дуэли с тремя герцогами и несколькими маркизами. Каждый герцог сразился на дуэли с двумя графами и шестью маркизами. Каждый маркиз сразился на дуэли с тремя герцогами и двумя графами. Известно, что все графы сразились с равным числом маркизов. Со сколькими маркизами сразился каждый граф?

Ответ: С 6 маркизами.

Решение. Пусть в королевстве x графов, y герцогов и z маркизов. Каждый граф сразился с тремя герцогами, поэтому между графами и герцогами было $3x$ дуэлей. Но каждый герцог сразился с двумя графами, значит, этих дуэлей было $2y$. Тогда $3x = 2y$.

Каждый герцог сразился с шестью маркизами. Значит, дуэлей между герцогами и маркизами было $6y$. Каждый маркиз сразился с тремя герцогами, поэтому этих дуэлей было $3z$. Тогда $6y = 3z$, откуда $z = 2y = 3x$.

Каждый маркиз сразился с двумя графами, поэтому дуэлей между графами и маркизами было $2z = 6x$. Значит, каждый граф сразился с шестью маркизами. \square

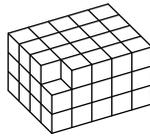
Задача 7. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды 15 аборигенов, среди которых были как рыцари, так и лжецы, встали в хоровод, и каждый произнёс: «Из двух людей, стоящих напротив меня, один — рыцарь, а другой — лжец». Сколько среди них рыцарей?

Ответ: 10 рыцарей.

Решение. Рассмотрим любого рыцаря. Он говорит правду, значит, напротив него стоят рыцарь и лжец. Один из людей напротив найденного лжеца — исходный рыцарь, значит, рядом с ним стоит ещё один рыцарь. Напротив этого нового рыцаря стоит найденный ранее лжец и ещё один человек, который должен быть рыцарем. Повторяя эти рассуждения, видим, что в кругу идут два рыцаря, затем один лжец, потом снова два рыцаря, затем ещё один лжец и так далее. Значит, лжецы составляют треть от общего числа участников. Тогда лжецов $15 : 3 = 5$, а рыцарей $15 - 5 = 10$. \square

Задача 8. Конфеты имеют форму кубиков $1 \times 1 \times 1$. Учитель сложил из них параллелепипед $3 \times 4 \times 5$ и предложил детям угощаться. В первую минуту Петя взял одну из угловых конфет (см. рисунок). Каждую следующую минуту дети забирали все конфеты, у которых была соседняя

грань с уже отсутствующими конфетами (например, во вторую минуту забрали 3 конфеты). За сколько минут дети разобрали все конфеты?



Ответ: За 10 минут.

Решение. Пусть Петя забрал конфету из левого верхнего ближнего угла параллелепипеда. Прономеруем вертикальные слои параллелепипеда слева направо, поперечные слои параллелепипеда — спереди назад, горизонтальные — сверху вниз. Для каждого кубика вычислим сумму номеров слоёв, в которых он находится, и запишем на этом кубике. Заметим, что в первый день Петя заберет кубик с числом 3. На второй день дети заберут все кубики с числом 4, на третий день — все кубики с числом 5, и т. д. Последним они заберут дальний правый нижний кубик с числом 12, и произойдет это на десятую минуту. □