

Задание 11.1. «Газировка (II)». Некоторые газы хорошо растворяются в жидкостях. Например, углекислый газ прекрасно растворяется в воде, что используется при приготовлении всем хорошо знакомой газировки. При постоянной температуре и не слишком больших давлениях количество газа, растворённого в жидкости, прямо пропорционально парциальному давлению этого газа над жидкостью (закон Генри)

$$v = \alpha V p.$$

Здесь V – объём жидкости, p – парциальное давление газа, α – коэффициент, зависящий от температуры и измеряемый в моль/(Па·м³).

1. Убедитесь, что сила трения поршня о стенки корпуса шприца мала по сравнению с силой атмосферного давления на поршень. Опишите, как вы это сделали.
2. Определите давление газа в бутылке газированной воды.
3. Определите величину α для углекислого газа и воды при комнатной температуре.

Считайте, что внутри бутылки находятся углекислый газ в газообразном состоянии и вода с растворённым в ней углекислым газом. При аккуратном открытии бутылки (не трясите её и не взбалтывайте перед этим!) за малый промежуток времени изменение концентрации газа в растворе незначительно.

Оборудование: 1) две бутылки минеральной газированной воды; 2) шприц 20 мл; 3) заглушка на шприц; 4) одноразовый стакан 200 мл; 5) одноразовая пластиковая тарелка и салфетки для поддержания рабочего места в чистоте.

Примечания:

- 1) Рекомендуется одну бутылку использовать для пробных экспериментов, а вторую для итоговых. Не рекомендуется трясти бутылку перед тем, как её открывать.
- 2) Если вода находится в спокойном состоянии, то концентрация растворённого в ней газа приходит в равновесное состояние за относительно длительное время, но, если воду перемешивать или взбалтывать (в закрытой бутылке), равновесное состояние устанавливается гораздо быстрее (несколько минут).

Постарайтесь работать аккуратно, чтобы не облить себя и соседей, не залить водой рабочее место! Одноразовая посуда и салфетки выданы Вам для поддержания рабочего места в порядке.

Возможное решение. Силу трения поршня о стенки можно считать несущественной по сравнению с силой давления газа на поршень. В этом можно убедиться, сжимая воздух в пустом шприце, закрытом заглушкой.

Откроем бутылку и аккуратно наберём из неё некоторое количество газировки в пустой шприц (около 5 мл). Сразу же заткнём кончик шприца заглушкой. Поскольку бутылка была только что открыта, то концентрация растворённого в ней углекислого газа соответствует давлению внутри бутылки.

Будем встряхивать шприц, чтобы ускорить переход системы в равновесное состояние. При этом поршень шприца должен иметь возможность свободно перемещаться, обеспечивая равенство давления внутри шприца атмосферному давлению p_0 . Газ, растворённый в воде, выделяется в газовую фазу при давлении, равном p_0 , и объём под поршнем увеличивается на величину объёма газа V_{Γ} (рис.1).

Спустя некоторое время (5 – 10 минут) установится равновесное состояние, при котором количество растворённого углекислого газа будет соответствовать p_0 , а давление углекислого газа под поршнем равно p_0 .

Для порции воды, набранной в шприц из бутылки, $\nu_0 = \alpha V_{\text{В}} p$, где $V_{\text{В}}$ – объём воды, набранной в шприц, ν_0 – количество растворённого в ней газа, p_0 – давление газа в бутылке. После установления равновесия в воде в растворённом виде

находится $\nu_{\text{в}} = \alpha V_{\text{В}} p_0$ моль газа, в газовой фазе $\nu_{\Gamma} = \frac{V_{\Gamma} p_0}{RT}$. Приравнивая $\nu_0 = \nu_{\text{в}} + \nu_{\Gamma}$, получаем:

$$\alpha V_{\text{В}} p = \alpha V_{\text{В}} p_0 + \frac{V_{\Gamma} p_0}{RT},$$

откуда

$$\alpha = \frac{V_{\Gamma} p_0}{RT V_{\text{В}} (p - p_0)}.$$

Повторим измерения несколько раз, в каждом случае аккуратно открывая и тут же закрывая бутылку.

Теперь определим давление углекислого газа в бутылке. Эту процедуру лучше проводить после предыдущих измерений с набором воды в шприц, чтобы минимизировать потери газа. Для этого выдвинем поршень шприца в положение 20 мл, установим заглушку и аккуратно поместим шприц внутрь бутылки с водой, сразу закрыв пробку бутылки. Встряхивая бутылку, периодически наблюдаем за положением поршня в шприце. Через некоторое время (5 – 10 минут) в бутылке установится равновесное дав-



ление p , а объём воздуха в шприце уменьшится от первоначального значения $V_1 = 20$ мл, до некоторого значения $V_2 = V_1 p / p_0$ (рис.2).



Отсюда $p = p_0 V_1 / V_2$.

Отметим, что при выполнении части работы, связанной с помещением шприца в бутылку, потери газа становятся заметными (по нашим данным давление при повторных измерениях уменьшается примерно на 5% при каждом последующем измерении), поэтому это измерение есть смысл с учётом ограниченного количества бутылок выполнять однократно.

Приведём результаты, полученные нами при использовании бутылки (0,5 л) минеральной воды «Aqua minerale»: $V_1 = (20,0 \pm 0,5)$ мл, $V_2 = (7,0 \pm 0,5)$ мл, $p = (2,85 \pm 0,25)$ атм.

Измерения объёма газа под поршнем с целью определения α : $T = 298\text{K}$,

№	V_B , мл	V_G , мл	α , моль / (Па · м ³)
1	6	10,5	$3,8 \cdot 10^{-4}$
2	6	10,5	$3,8 \cdot 10^{-4}$
3	7	11,0	$3,4 \cdot 10^{-4}$
4	5	8,5	$3,7 \cdot 10^{-4}$
5	7,5	12,5	$3,7 \cdot 10^{-4}$

Оценка систематической погрешности определения α :

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} \approx \sqrt{\left(\frac{\Delta V_G}{V_G}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V_B}{V_B}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(p-p_0)}{(p-p_0)}\right)^2} \approx 0,15.$$

Случайная погрешность для α по данным таблицы: $\Delta\alpha \approx 0,15 \cdot 10^{-4}$ моль / (Па · м³)

Окончательно $\alpha = (3,7 \pm 0,7) \cdot 10^{-4}$ моль / (Па · м³).

LIV Всероссийская олимпиада школьников по физике
Региональный этап. Экспериментальный тур. 25 января 2020 г.

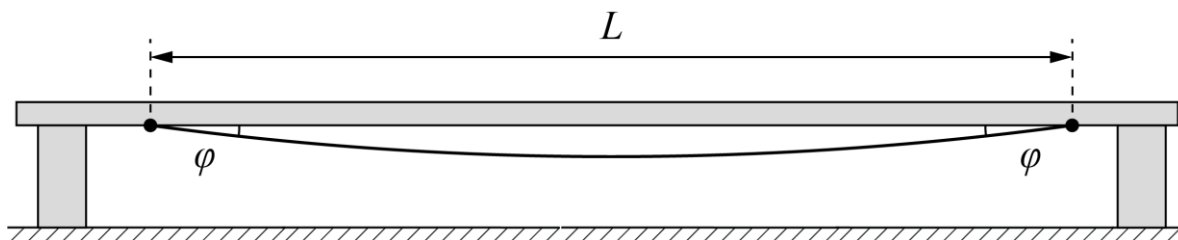
Критерии оценивания

1. Предложен и реализован метод проверки малости силы трения поршня о стенки шприца 1 балл
 2. Предложена идея метода определения давления газа в бутылке 2 балла
- Примечание: кроме авторского, возможны иные способы определения давления, связанные с анализом формул, линеаризацией зависимостей и т.д. Большинство таких методов не позволяют получить хорошую точность, и идея такого метода оценивается в 1 балл.*
3. Проведены эксперименты по определению давления газа по предложенному методу и получены численные результаты 1 балл
 4. Результат определения давления в бутылке отличается от результатов контрольных экспериментов, проведённых членами жюри, не более, чем
 - а) на 15% 2 балла
 - б) на 15-30% 1 балл
 5. Проведена разумная оценка систематической погрешности определения давления 0,5 балла
 6. Предложен и доведён до формул осуществимый метод определения коэффициента α 2 балла
 7. Проведено достаточное количество измерений для реализации п.6
 - а) не менее пяти 3 балла
 - б) не менее трёх 2 балла
 - в) одно измерение 1 балл
 8. При обработке экспериментальных данных по п.7 получено значение α в пределах
 - а) $(3,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-4}$ моль/(Па · м³) 3 балла
 - б) $(3,5 \pm 1,0) \cdot 10^{-4}$ моль/(Па · м³) 2 балла
 - в) $(3,5 \pm 2,0) \cdot 10^{-4}$ моль/(Па · м³) 1 балл
 9. Проведена разумная оценка погрешности определения α 0,5 балла

Требования к оборудованию:

- 1) Бутылки с газированной водой: две бутылки с минеральной **газированной** водой, объёмом 0,5 литра, не вскрытые. Выдаются участникам при комнатной температуре. Также важно обеспечить минимальное взбалтывание воды. В идеале надо расставить её на рабочих местах с вечера и дать отстояться до начала тура. Хорошие результаты получаются с «Аква минерале», но подойдёт и любая другая вода без сахара. Необходимо проверить, что размеры пустой бутылки позволяют поместить внутрь шприц с полностью выдвинутым поршнем. **Этикетки с бутылок необходимо удалить!!! Каждому участнику выдаются новые бутылки!!!**
- 2) Шприц 20 мл с ценой деления 1 мл, **обязательно с резиновым поршнем**. Поршень внутри шприца должен перемещаться с небольшим трением. Для проверки наберите в шприц воздух примерно на половину объёма шприца, заткните отверстие и надавите на поршень. После прекращения давления поршень должен возвращаться в исходное состояние. Также поршень не должен пропускать воздух, если давление внутри шприца больше или меньше атмосферного примерно в 3 раза. Шприц выдаётся без иглы. На корпусе шприца должны быть нанесены хорошо читающиеся деления. **ВАЖНО!!!** Упоры для пальцев на корпусе шприца необходимо аккуратно обрезать острым ножом так, чтобы шприц с выдвинутым поршнем (без иглы!) полностью помещался внутрь пустой бутылки. **Допускается повторное использование шприца, но лучше иметь запас на случай порчи оборудования предыдущим участником.**
- 3) Заглушка на шприц. Изготавливается из иглы, идущей в комплекте. Нужно отломить металлическую иголку от пластмассового основания (канюли) и загерметизировать канюлю. Для герметизации можно затолкать и уплотнить с помощью зубочистки или спички небольшое количество пластилина или жевательной резинки. Подготовленная таким образом канюля должна плотно надеваться на носик шприца. **ВАЖНО!!!** Проверьте герметичность заглушки при давлениях внутри шприца от $3P_{\text{атм}}$, так как герметичность принципиальна в этой задаче. **Допускается повторное использование затычки, но лучше иметь запас на случай порчи оборудования предыдущим участником.**
- 4) Одноразовые стакан, нож и тарелка. Подойдут любые из наборов пластмассовой посуды, продающихся в магазинах. Однако, тарелки лучше выбрать большого размера. Стакан и тарелка используются для поддержания рабочего места в чистоте, нож – для удаления этикетки с бутылок.
- 5) Салфетки. Лучше использовать бумажные салфетки в рулоне. Каждому участнику выдаётся 3-4 салфетки для поддержания рабочего места в чистоте. Необходимо иметь достаточный запас салфеток у дежурных по аудитории (примерно, рулон на 10 человек).

Задание 11.2. Упругая лента. Изгиб подвешенной за концы резиновой ленты определяется при равновесии упругих сил и силы тяжести. Для растянутой ленты, линейную плотность которой можно считать постоянной, её натяжение $T = ES\Delta L/L$, где E модуль Юнга, S и L площадь сечения и длина ленты в нерастянутом виде, ΔL её удлинение. Закрепим концы ленты на одной горизонтали на расстоянии, равном её длине L в нерастянутом виде (рис.1). Провисшая под собственным весом лента образует с горизонталью некоторый угол φ , а середина ленты ниже этой горизонтали на некоторое расстояние h , называемое стрелой прогиба.



ЗАДАНИЕ

1. При помощи предложенного оборудования, измерьте стрелы прогиба h не менее чем для 10 значений длины ленты в **ненатянтом виде** L в диапазоне от 30 до 120 см. Результаты представьте в виде таблицы и графика $h(L)$.
2. Используя полученные вами в п.1 экспериментальные результаты, считая, что $h = A \cdot L^n$, при использовании графической обработки, определите значение n (n – не обязательно целое число). Сравните полученный результат с теоретической моделью по п.1. Оцените погрешность определения n .
3. При $\varphi \ll 1$ или $h \ll L$ можно считать, что лента имеет постоянную линейную плотность и растянута по дуге окружности. Выведите в этом приближении теоретическое выражение для зависимости h от L , считая заданными: плотность резины ρ , модуль Юнга E , ускорение свободного падения g . В пределе малых углов можно использовать следующие приближения:

$$\sin \varphi \cong \varphi - \varphi^3/6; \cos \varphi \cong 1 - \varphi^2/2; \operatorname{tg} \varphi \cong \varphi + \varphi^3/3.$$

Сравните полученную формулу с результатом, полученным в п.2

4. Используя теоретическую зависимость, выведенную Вами в п.3 и результаты, полученные в п.1, определите значение модуля Юнга. Плотность резины $\rho = 1,25 \text{ г/см}^3$, ускорение свободного падения $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Оцените погрешность определения E .

Оборудование: дюралевый уголок длиной 120 см; два бруска 15x10x3 см как опоры; тонкая резиновая лента длиной 120 см и шириной 2-3 см (отрезать от резинового медицинского бинта); два зажима для фиксации ленты на уголке (из гвоздя и кольцевой «денежной» резинки, или короткая деревянная линейка и канцелярская клипса); мерная лента; миллиметровая бумага для построения графиков; скотч.

Возможное решение. Под длиной резиновой ленты понимается длина её участка между фиксирующими зажимами. С помощью мерной ленты размечается уголок и резиновая лента, положенная сверху на горизонтальную или даже наклонную поверхность уголка. После фиксации зажимами уголок поворачивают так, чтобы резиновая лента могла свободно провисать от горизонтальной поверхности. К другой стороне уголка (вертикальной) прикрепляем скотчем миллиметровую бумагу, и для указанных значений L измеряем стрелу прогиба.

Результаты измерений вносим в таблицу, с дополнительными столбцами для дальнейшей обработки.

2. Строим график зависимости $\ln h$ ($\ln L$). По угловому коэффициенту определяем величину n . С учётом разброса экспериментальных данных с помощью этого же графика оцениваем погрешность определения n .

3. При $\varphi \ll 1$ или $h \ll L$ можно считать, что лента имеет постоянную линейную плотность и растянута по дуге окружности некоторого радиуса R . Раз горизонтальная проекция натяжения неизменна, то $T \cos \varphi = T_0$, где T_0 натяжение в нижней точке, а T натяжение вблизи точки подвеса. Отсюда для малого φ имеем $T \cong T_0$.

Из равновесия по вертикали $2T \sin \varphi = \rho g L S$, а тогда $T \cong \rho g L S / 2 \varphi$.

Относительное удлинение $\Delta L / L = 2R(\varphi - \sin \varphi) / 2R \sin \varphi \cong \varphi^2 / 6$.

После подстановок из $T = ES \Delta L / L$ находим для модуля Юнга $E = 3 \rho g L / \varphi^3$.

Так как $h = R(1 - \cos \varphi)$, а $L = 2R \sin \varphi$, то $\varphi = 4h / L$, а $E = 3 \rho g L^4 / 64 h^3$.

Использованы приближения: $\sin \varphi \cong \varphi - \varphi^3 / 6$; $\cos \varphi \cong 1 - \varphi^2 / 2$; $\operatorname{tg} \varphi \cong \varphi + \varphi^3 / 3$.

4. Для определения модуля Юнга можно построить график зависимости $h(L^{4/3})$ и по наклону графика определить E . Другая возможность решения – расчёт по полученной формуле зависимости $h(L)$ значений E для разных L с последующим усреднением.

Критерии оценивания

1. Наличие таблицы экспериментальных результатов по п.1 (количество точек не менее 10) – (по 0,4 балла за точку. Точки, отличающиеся друг от друга по L менее, чем на 5 см, считаются за одну!) 4 балла.

Примечание. Экспериментальные результаты, значимо (более чем на 15%) отличающиеся от контрольных значений, полученных жюри при тестировании оборудования, не учитываются!

Максимальная оценка за пункт – 4 балла.

2. Построен график $h(L)$. При этом график хорошо читается, подписаны координатные оси, выбран удобный масштаб и т.д. При выполнении указанных требований 1 балл.

При недостатках в построении графика оценка за график может быть снижена на 0,5 балла.

Максимальная оценка за пункт – 1 балл

3. Определено значение n (п.2) при *обязательном* построении графика в логарифмическом масштабе. Если полученное значение n попадает в диапазон значений от 1,15 до 1,5, ставится 2,5 балла. В диапазоне от 1,05 до 1,6 ставится 1,5 балла. За результат в диапазоне от 0,9 до 1,75 ставится 0,5 балла.

Проведена оценка погрешности определения n с помощью графика в логарифмических координатах – 0,5 балла.

Максимальная оценка за пункт – 3 балла

4. При выводе теоретической зависимости $h(L)$ обоснованно получено выражение

$$h = \left(\frac{3\rho g L^4}{64E} \right)^{1/3}. \quad 3 \text{ балла.}$$

Максимальная оценка за пункт – 3 балла.

5. При обработке экспериментальных результатов (п.1) с использованием теоретической зависимости $h = \left(\frac{3\rho g L^4}{64E} \right)^{1/3}$ определены значения модуля Юнга резины E .

5.1 - использован график в координатах $h(L^{4/3})$ или рассчитаны значения модуля Юнга по полученной в п.3 формуле $h(L)$, при этом определено среднее значение для различных L – 1,5 балла

5.2 Полученное значение модуля Юнга попадает в диапазон

3,0 - 4,0 МПа	2 балла
2,5 - 4,5 МПа	1,5 балла
2,0 - 5,0 МПа	1 балл
1,0 - 6,0 МПа	0,5 балла

Примечание. модули Юнга резиновой ленты могут отличаться в зависимости от региона и т.д. В этом случае жюри вправе скорректировать диапазоны оценивания модуля Юнга по своим данным, полученным при тестировании оборудования.

5.3 – оценка погрешности определения модуля Юнга – 0,5 балла.

Максимальная оценка за пункт – 4 балла