

Задание 10.1. Газировка.

Часть 1. (8 баллов). С помощью выданного вам оборудования определите давление воды внутри бутылки газировки. Считайте, что внутри бутылки находится углекислый газ в газообразном состоянии и вода с растворённым в ней углекислым газом. Согласно закону Генри количество газа, растворённого в жидкости, над которой находится этот же газ, прямо пропорционально давлению этого газа $\nu = \alpha VP$, где V – объём жидкости, P – давление газа, $\alpha = 3,5 \cdot 10^{-4}$ моль/(Па · м³) для углекислого газа, растворяемого в воде.

Атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па, комнатную температуру считайте равной $T = 300$ К, молярная масса углекислого газа $\mu_{CO_2} = 44$ г/моль.

В первой части работы оценивать погрешность не нужно.

Часть 2. (7 баллов). С помощью выданного Вам оборудования проверьте справедливость закона Генри, получив три точки для зависимости количества растворённого газа от давления: одну - при атмосферном давлении, вторую - при давлении больше атмосферного и третью - при давлении меньше атмосферного. Подробно опишите Ваши действия и вычислите значение коэффициента α , сравнив его с данным в условии.

Оборудование: две бутылки с газированной водой, стаканчик, шприц объёмом 20 мл, затычка для шприца, салфетки для поддержания чистоты рабочего места.

Примечания:

- 1) Рекомендуем одну бутылку использовать для пробных экспериментов, а вторую для итогового. Не рекомендуем трясти бутылку перед тем, как её открывать.
- 2) Если вода находится в спокойном состоянии, то концентрация растворённого в ней газа приходит в равновесное состояние за относительно длительное время, но если воду перемешивать или взбалтывать, то равновесное состояние устанавливается гораздо быстрее.

Возможное решение

Часть 1. Откроем бутылку и аккуратно наберём из неё некоторое количество газировки в пустой шприц (около 5 мл). Сразу же заткнём кончик шприца затычкой. Поскольку бутылка была только что открыта, концентрация растворённого в ней углекислого газа соответствует давлению внутри бутылки (так как концентрация изменяется медленно).

Теперь будем трясти шприц, помогая растворённому газу перейти в газообразное состояние, при этом поршень шприца должен иметь возможность свободно перемещаться, обеспечивая равенство давления внутри шприца атмосферному.

Спустя некоторое время (около 10 минут) концентрация растворённого углекислого газа придёт в соответствие атмосферному давлению, а его газообразные излишки соберутся над водой.

Для воды в бутылке: $\nu_0 = \alpha V_B P_{\text{бут}}$, где V_B – объём воды, набранной в шприц, $P_{\text{бут}}$ – давление газа в бутылке, ν_0 – количества газа, растворённого в воде внутри бутылки.

Для воды в шприце после достижения равновесия: $\nu_0 - \nu_r = \alpha V_B P_0$, где ν_r – количество нерастворённого углекислого газа в шприце.

Запишем уравнение состояния идеального газа: $P_0 V_r = \nu_r RT$, где V_r – объём нерастворённого газа в шприце.

Из записанных выше уравнений получим: $\alpha V_B P_{\text{бут}} - \frac{P_0 V_r}{RT} = \alpha V_B P_0$, откуда

$$P_{\text{бут}} = P_0 \left(1 + \frac{V_r}{\alpha V_B RT} \right).$$

Измерения:

$V_B = 4$ мл, $V_r = 6$ мл

$$P_{\text{бут}} = P_0 \left(1 + \frac{V_r}{\alpha V_B RT} \right) = 10^5 \left(1 + \frac{6}{3,5 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 8,31 \cdot 300} \right) = 2,7 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Часть 2. Для получения дополнительных точек зависимости количества растворённого газа от давления будем внутри шприца создавать другие давления. (Содержимое шприца осталось от первого эксперимента). Придерживая наконечник шприца, надавим на поршень с заметным усилием, и будем потряхивать шприц около 10 минут, добиваясь равновесной концентрации растворённого газа. Затем определим объём, занимаемый газом, продолжая также давить на поршень. Обозначим его V_r' . Теперь аккуратно отпустим поршень и измерим объём газа под поршнем сразу же после этого; обозначим его V_r .

Так как между замерами V_r' и V_r прошло мало времени, то концентрация растворённого в воде газа не успела измениться. Давление газа под сжатым поршнем можем получить из уравнения состояния идеального газа. $P = P_0 \frac{V_r}{V_r'}$.

Согласно закона Генри $\nu = \alpha V_B P$, тогда $\Delta \nu = \alpha V_B \Delta P$.

Для нашего опыта $\Delta P = P - P_0 = P_0 \left(\frac{V_r}{V_r'} - 1 \right)$, а $\Delta \nu = -\Delta \nu_r = -P_0 \frac{(V_r - V_{r0})}{RT}$, где V_{r0} – объём газа под поршнем при атмосферном давлении и при концентрации растворённого газа, соответствующей атмосферному давлению.

LIV Всероссийская олимпиада школьников по физике
Региональный этап. Экспериментальный тур. 25 января 2020 г.

Подставив в закон Генри получим: $-P_0 \frac{(V_r - V_{r0})}{RT} = \alpha V_B P_0 \left(\frac{V_r}{V_r'} - 1 \right)$

$$\frac{V_r}{V_B} = \alpha RT \left(1 - \frac{V_r}{V_r'} \right) + V_{r0}$$

$$V_r = -\alpha RT V_B \frac{V_r}{V_r'} + const$$

Проведём аналогичный опыт, только теперь будем вытягивать поршень шприца, создавая под ним давление меньше атмосферного.

Построим график зависимости V_r от $\frac{V_r}{V_r'}$ для трёх точек (атмосферному давлению соответствует точка $(V_{r0}; 0)$)

V_r , мл	V_r' , мл	$\frac{V_r}{V_r'}$	ΔV_r , мл	$\Delta \frac{V_r}{V_r'}$
3,5	2,0	-0,75	0,5	0,69
6,0		0,00	0,5	0,10
8,0	16,0	0,50	0,5	0,05

Убедимся, что три точки лежат на прямой и определим угловой коэффициент этой прямой $k = -3,58$ мл.

Из полученной теоретической зависимости

$$\alpha = -\frac{k}{V_B RT} = \frac{3,58}{4 \cdot 8,31 \cdot 300} = 3,6 \cdot 10^{-4} \frac{\text{моль}}{\text{Па} \cdot \text{м}^3}$$

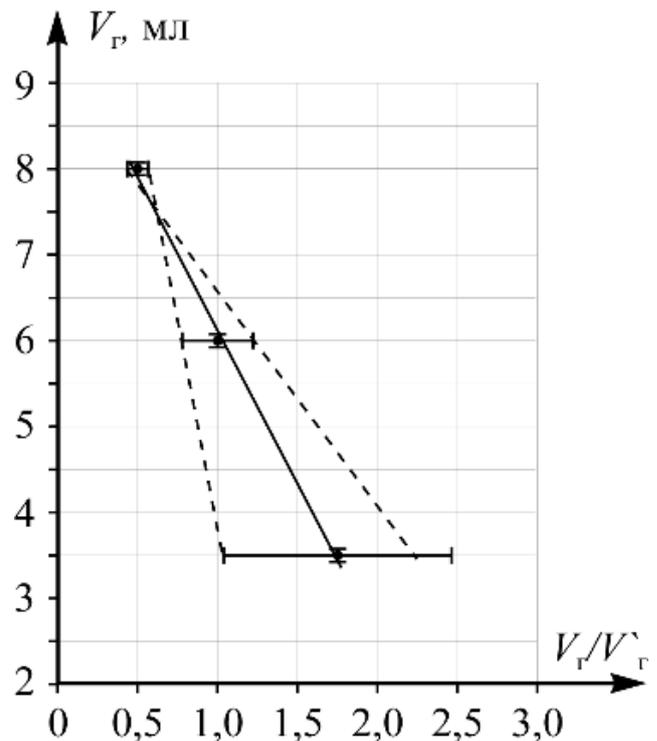
Оценим погрешность.

$$\Delta \frac{V_r}{V_r'} = \frac{V_r}{V_r'} \left(\frac{\Delta V_r}{V_r} + \frac{\Delta V_r'}{V_r'} \right)$$

Погрешность коэффициента k определим из графика по разнице между минимальным и максимальным угловыми коэффициентами.

$$\Delta k = \frac{8,2 - 2,7}{2} = 2,7 \text{ мл}$$

$$\varepsilon \alpha = \frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta V_B}{V_B} = 87\%$$



Учитывая теоретическую погрешность α , можно утверждать, что теоретическое значение соответствует экспериментальному.

LIV Всероссийская олимпиада школьников по физике
Региональный этап. Экспериментальный тур. 25 января 2020 г.

Критерии оценивания

1	Предложена идея, позволяющая определить изменение количества растворённого газа при изменении давления. <i>(Если в предложенном методе часть воды из шприца удаляется, и невозможно проконтролировать сколько углекислого газа уходит вместе с водой, то за метод ставится максимум 1 балл)</i>	3 балла
2	Выполнены необходимые измерения, и они соответствуют реальности	1 балл
3	Контроль достижения равновесной концентрации. В работе явно указано, каким образом учащийся контролировал, что концентрация растворённого газа достигла равновесного состояния.	1 балл
4	Выведена теоретическая формула для определения давления внутри бутылки	1 балл
5	Для контрольного эксперимента была открыта новая бутылка воды и это явно указано в работе	1 балл
6	Получен корректный результат для давления внутри бутылки. <i>(Правильное значение и допустимы разброс зависят от оборудования на местах)</i>	1 балл
7	Предложена рабочая идея, позволяющая измерять количество растворённого газа при давлении большем, чем атмосферное	1,5 балла
8	Предложена рабочая идея, позволяющая измерять количество растворённого газа при давлении ниже атмосферного	1,5 балла
9	Выполнены необходимые измерения	1 балл
10	Построен график для проверки линейности зависимости (на графике подписаны оси, нанесена шкала, присутствуют экспериментальные точки и сглаживающая кривая)	1 балл
11	Получено значение α	1 балл
12	Оценена погрешность α и сделан вывод о соответствии теоретическому значению. <i>(Если нет оценки погрешности, то вывод не засчитывается.)</i>	1 балл

Требования к оборудованию:

1) Бутылки с газированной водой: две бутылки с минеральной **газированной** водой, объёмом 0,5-0,6 литра, не вскрытые. Выдаются участникам при комнатной температуре. Также важно обеспечить минимальное взбалтывание воды. В идеале следует расставить её на рабочие места с вечера и дать отстояться до начала тура. Хорошие результаты получаются с «Аква минерале», но подойдет и другая (лучше без вкусовых добавок).

Каждому участнику выдаются новые бутылки!!!

2) Шприц 20 мл с ценой деления 1 мл, **обязательно с резиновым поршнем**. Поршень внутри шприца должен перемещаться с небольшим трением. Для проверки наберите в шприц воздух примерно на половину объёма шприца, заткните отверстие и надавите на

LIV Всероссийская олимпиада школьников по физике
Региональный этап. Экспериментальный тур. 25 января 2020 г.

поршень. После прекращения давления поршень должен возвращаться в исходное состояние. Также поршень не должен пропускать воздух, если давление внутри шприца больше или меньше атмосферного примерно в 2 раза. Шприц выдается без иглы. **Допускается повторное использование шприца, но лучше иметь запас на случай порчи оборудования предыдущим участником.**

3) Затычка на шприц. Затычка должна надежно надеваться на носик шприца и обеспечивать его герметичность при давлении внутри шприца отличающемся в 2 раза от атмосферного (как в большую, так и в меньшую сторону). Можно изготовить затычку из иглы, идущей в комплекте. Для этого нужно отломать металлическую иглолку от пластмассового основания и загерметизировать отверстие иглы. (Например, залить внутрь пластмассового наконечника небольшое количество влагостойкого клея). При этом наконечник должен иметь возможность плотно надеваться на носик шприца. **ВАЖНО!!!** Проверьте герметичность ваших наконечников при давлениях внутри шприца от $2P_{\text{атм}}$ до $0,5P_{\text{атм}}$, так как герметичность наконечника очень важна в этой задаче. **Допускается повторное использование затычки, но лучше иметь запас на случай порчи оборудования предыдущим участником.**

4) Стакан. Любой стакан, например, пластиковый на 200 г. **Допускается повторное использование стакана.**

5) Салфетки. 2-3 бумажные салфетки для поддержания чистоты на рабочем месте.

Задание 10.2. Сосчитай шарики.

В прямоугольной запечатанной непрозрачной коробочке находится некоторое количество шариков. Определите их количество.

Толщиной стенок непрозрачной коробочки и её массой можно пренебречь. Считайте, что все шарики одинаковые как внутри прозрачной, так и внутри непрозрачной коробочек. Прозрачная коробочка выдана вам для качественного понимания процессов, происходящих внутри непрозрачной коробочки, её нельзя использовать в качестве оборудования, но вы можете ссылаться на качественные результаты экспериментов с прозрачной коробочкой. Также вы можете извлекать из прозрачной коробочки шарики и проводить с ними необходимые опыты.

ВАЖНО!!! Вскрывать непрозрачную коробочку и получать доступ к её содержимому запрещается! Также предложенный вами метод должен работать и для коробочек с жёсткими стенками, иначе он будет оценён в 0 баллов.

При написании отчёта уделите особое внимание описанию ваших действий, особенно тех, которые направлены на увеличение точности измерений и пояснениям как именно эти действия позволяют увеличить точность измерений.

Примечание. Объём шара равен $V_{\text{ш}} = \pi D^3 / 6$, где D – диаметр шара.

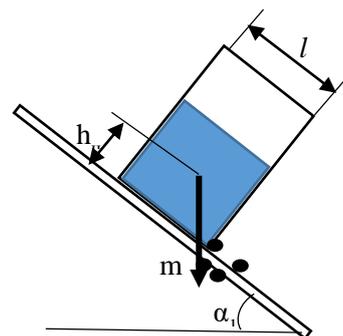
Оборудование: непрозрачная коробочка, две линейки, канцелярская скрепка, прозрачная коробочка, лист миллиметровки формата А5.

Возможное решение.

1. Проведём опыты с прозрачной коробочкой. Так как находящееся внутри неё пшено является сыпучим веществом, то можем заметить, что при наклоне коробочки до некоторого угла пшено сохраняет занимаемую им форму, а после превышения предельного угла пшено лавинообразно пересыпается. Заметим, что, если коробочку установить под некоторым углом и интенсивно постучать по боковым стенкам, создав вибрацию, то поверхность пшена оказывается параллельна горизонту.

Также заметим, что если стучать по коробочке вертикально, то поверхность пшена не всегда оказывается параллельна горизонту.

2. Расположим непрозрачную коробочку вертикально и постучим по её боковым стенкам, тогда пшено расположится так, что примет форму параллелепипеда. Установим коробочку на линейку и начнём плавно увеличивать угол наклона линейки к горизонту. Нам нужен угол, при котором коробочка начнёт переворачиваться. Мы сталкиваемся с проблемой, что коробочка начинает соскальзывать с линейки раньше, чем переворачивается, так как трения о линейку недостаточно. Для решения проблемы прицепим к линейке скрепку так, чтобы она образовала небольшой упор (на рисунке скрепка схематично обозначена четырьмя чёрными кружочками). Так как скрепка тонкая, то созданный ею упор не повлияет на моменты сил, но позволит коробочке не соскальзывать.



3. Повторим опыт с наклоном плоскости и убедимся, что коробочка начинает переворачиваться до того, как пшено внутри неё начинает пересыпаться. Это можно понять двумя способами:

- 1) по звуку (когда пшено пересыпается, это слышно);
- 2) использовать прозрачную коробочку и наклонить её на такой же угол.

Для угла, при котором начинается переворот коробочки, из уравнения моментов сил относительно правого нижнего угла коробочки получим:

$$h_{\text{цм}} = \frac{l}{2} \cdot \text{ctg}\alpha_1.$$

Тогда уровень пшена в коробочке составляет

$$h = 2h_{\text{цм}} = l \cdot \text{ctg}\alpha_1.$$

Измерим ширину l и глубину b коробочки.

$$l = 47 \text{ мм}, b = 39 \text{ мм}.$$

Угол α_1 определим через высоту конца линейки над столом H и длину линейки L .

Для повышения точности проведём опыты несколько раз. Очень важно увеличивать угол наклона плавно и медленно, не создавая вибрации и толчков, из-за которых коробка может начать раньше опрокидываться.

$$L = 25 \text{ см}.$$

№	H, см	$\sin\alpha_1$	$\text{ctg}\alpha_1$
1	11,1	0,430	2,10
2	10,6	0,411	2,22
3	10,8	0,419	2,17

$$\text{ctg}\alpha_{1\text{cp}} = 2,16$$

$$h = l \cdot \text{ctg}\alpha_{1\text{cp}} = 10,2 \text{ см}$$

4. Теперь мы знаем объём, занимаемый пшеном в коробке:

$$V = lbh = 4,7 \cdot 3,9 \cdot 10,2 = 187 \text{ см}^3.$$

5. Для того, чтобы узнать сколько шариков входит в этот объём, есть два варианта:

- 1) измерить объём, занимаемый пшеном в прозрачной коробочке, и посчитать количество шариков (крупинки) в ней;
- 2) определить диаметр шарика и рассчитать плотность упаковки.

6. Выберем второй путь. Для измерения диаметра шарика выложим 50 шариков в ряд и измерим длину ряда. Для формирования ряда можно согнуть миллиметровку и затем насыпать шарики в место сгиба.

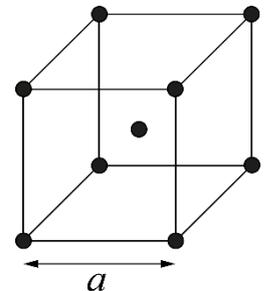
Длина ряда $L_p = 10,9$ см, количество шариков $N = 50$ шт, тогда диаметр шарика:

$$D = \frac{L_p}{N} = 2,18 \text{ мм}.$$

Объём одного шарика $V_{ш} = V_{ш} = \frac{\pi}{6} D^3 = 0,54 \text{ мм}^3$.

7. Можно рассмотреть разные варианты плотной упаковки.

1) Объёмно-центрированная кубическая решётка: элементарной ячейкой является куб, в каждой из вершин которого находится центр зерна, и ещё у одного центр совпадает с центром куба. Найдём плотность упаковки такой решётки: $k = \frac{V_0}{V_{я}}$, где $V_0 = NV_3$ – объём, занимаемый зёрнами, N – число зёрен, приходящихся на одну ячейку, $V_{я} = a^3$ – объём ячейки. Ребро куба a можно связать с диаметром зерна: $a\sqrt{3} = 2D$ (на большой диагонали куба укладывается два диаметра зерна). N подсчитаем таким образом: каждое из 8 зёрен, центры которых находятся в вершинах куба, принадлежит 8 соседним ячейкам, поэтому на каждую ячейку приходится по $1/8$ зерна, и ещё одно зерно находится в центре куба: $N = 8 \cdot \frac{1}{8} + 1 = 2$.

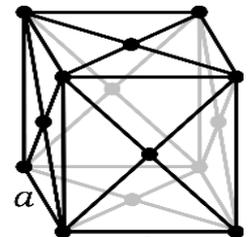


После подстановки $k = \frac{\pi\sqrt{3}}{8} \approx 0,68$.

2) Гранецентрированная решётка. Атомы находятся в вершинах куба и на серединах всех граней. В этом случае:

$$a\sqrt{2} = 2D, N = 8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 4, k = \frac{\pi\sqrt{2}}{6} \approx 0,74.$$

3) Стандартная кубическая решётка. $a = D, N = 8 \cdot \frac{1}{8} = 1, k = \frac{\pi}{6} \approx 0,52$.



При решении задачи можно было взять любой из вариантов. Опыт, проведённый с заполнением пустот между зёрнами водой, показывает, что в реальности $k = 0,62$.

8. Примем $k = 0,6$. Объём занимаемый одним зёрнышком, равен $V_{ш}' = \frac{V_{ш}}{k} = 0,90 \text{ мм}^3$.

9. Тогда количество шариков равно $N_{ш} = \frac{V}{V_{ш}'} = 2 \cdot 10^5$.

10. Оценим погрешность: $\Delta \text{ctg} \alpha_{1 \text{cp}} = \frac{\sum | \text{ctg} \alpha_i - \text{ctg} \alpha_{\text{cp}} |}{3} = 0,04$; $\Delta D = \frac{2 \text{ мм}}{N} = 0,04 \text{ мм}$; $\Delta k = 0,1$

$$y \varepsilon N_{ш} = 3 \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta b}{b} = 0,27; y \Delta N_{ш} = N_{ш} \cdot \varepsilon N_{ш} = 0,5 \cdot 10^5.$$

Окончательно:
$$N_{ш} = (2,0 \pm 0,5) \cdot 10^5$$

Критерии оценивания:

1	Идея определения количества зёрен через центр масс коробочки	2 балла
2	Выбран и описан правильный способ обеспечения формы, занимаемой пшеном внутри коробочки	1 балл
3	Решена проблема соскальзывания коробочки с линейки	1 балл
4	Указано, что при угле опрокидывания коробочки зерно не пересыпается	1 балл
5	Выполнены измерения угла опрокидывания коробочки. 3 и более измерений – 3 балла, если одно измерение, то 1 балл	3 балла
6	Определён диаметр шарика с точностью не хуже 0,1 мм – 2 балла, если точность не хуже 0,4 мм, то 1 балл; иначе – 0 баллов	2 балла
7	Рассчитана плотность упаковки (разумное значение в интервале от 0,5 до 0,75)	2 балла
8	Получено количество шариков	2 балла
9	Оценка погрешности	1 балл

Примечание: Если вместо расчёта плотности упаковки подсчитывается количество шариков в некотором объёме, то за пункты 6 и 7 баллы ставятся следующим образом: если число посчитанных зёрен более 150, то полный балл, если равно или более 50, то по 1 баллу за каждый пункт, если менее 50, то 0 баллов.

Требования к оборудованию.

- 1) Непрозрачная коробочка с зерном – изготавливается из пакета сока. Высота пакета: 11-13 см, размеры основания пакета: 4-5 см, форма пакета – параллелепипед. Пакет аккуратно вскрывается сверху по шву, содержимое выливается, пакет промывается и высушивается. После этого внутрь засыпается пшено. Объём пшена должен составлять примерно $\frac{3}{4}$ от объёма пакета, и **количества зерна во всех пакетах должно быть одинаковым**. Затем пакет запечатывается и заклеивается с помощью скотча так, чтобы участники не могли получить доступ к его содержимому.
 - 2) Две деревянные линейки – длиной 25 см, в сечении – прямоугольные. Толщина линейки должна быть около 2 мм, чтобы, с одной стороны, она мало прогибалась под весом пакета, с другой стороны - на неё можно было надеть канцелярскую скрепку.
 - 3) Канцелярская скрепка – обычная, без пластикового покрытия, среднего размера. Скрепка должна надеваться на линейку и держаться на ней.
 - 4) Прозрачная коробочка с зерном – изготавливается из прозрачной коробочки из-под драже «тик-так» или аналогичной. Содержимое коробочки удаляется и внутрь неё насыпается то же самое пшено. примерно на половину объёма. У детей должна быть возможность доступа к пшену, насыпанному в коробочку (крышку заклеивать не нужно).
 - 5) Лист миллиметровки формата А5.
- ВАЖНО!!!** Если поставить упаковку из-под сока с пшеном на линейку (пшено должно занимать форму параллелепипеда) и начать её наклонять, то коробочка должна начать соскальзывать с линейки до того, как начнёт переворачиваться. При этом, если коробочку пытаться перевернуть на горизонтальной поверхности, то она должна начинать переворачиваться до того, как зерно внутри начнёт пересыпаться.