

## 7 класс

**Задача 1.** Антон выписал на доску арифметическое выражение, а Лёня заменил в нём некоторые цифры буквами (разные цифры — разными буквами, одинаковые цифры — одинаковыми буквами). Получилось следующее:

$$\begin{array}{r} \text{Ч И С Л О 4} \\ \times \qquad \qquad \qquad 4 \\ \hline 4 \text{ Ч И С Л О} \end{array}$$

Восстановите выражение. (Достаточно привести пример.)

*Ответ:*

$$\begin{array}{r} 102564 \\ \times \qquad \qquad \qquad 4 \\ \hline 410256 \end{array}$$

*Замечание.* Других решений не существует.

*Критерии*

4 б. Приведён верный пример.

**Задача 2.** Существует ли дробь, равная  $\frac{7}{13}$ , разность знаменателя и числителя которой равна 24?

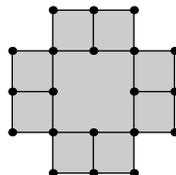
*Ответ:* да, существует,  $\frac{28}{52}$ .

*Решение.* Так как  $\frac{7}{13}$  — несократимая дробь, любая равная ей дробь имеет вид  $\frac{7x}{13x}$ , где  $x$  — некоторое натуральное число. При этом разность знаменателя и числителя такой дроби будет равна  $6x$ . Имеем  $6x = 24$ , следовательно,  $x = 4$ . Это единственная дробь, подходящая под условие задачи.  $\square$

*Критерии*

4 б. Приведён верный пример, либо доказано, что такая дробь существует.

**Задача 3.** Фигура, изображённая на рисунке справа, сложена из спичек (сторона маленького квадрата — одна спичка). Площадь всей закрашенной фигуры равна 300 квадратных сантиметров. Найдите суммарную длину всех использованных спичек.



*Ответ:* 140 см.

*Решение.* Обозначим площадь одного маленького квадрата за  $a$ . Тогда на рисунке изображено 8 маленьких квадратиков площади  $a$  и один большой квадрат площади  $4a$ . Суммарная площадь равна  $8a + 4a = 300$ , откуда  $a = 25 \text{ см}^2$ . Значит, сторона маленького квадрата равна 5 см.

Заметим, что прямоугольник, образованный двумя соседними маленькими квадратами, содержит 7 спичек. Всего на рисунке 4 таких непересекающихся прямоугольника, значит, использовано 28 спичек. Учитывая, что длина одной спички равна 5 см, получаем, что суммарная длина всех спичек — 140 см.  $\square$

#### Критерии

- 1 б. Только верный ответ без обоснования.
- 2 б. Правильно найдена площадь маленького квадратика, но дальнейших продвижений нет.
- 3 б. Правильно найдена длина спички, но не получен ответ.
- 4 б. Приведён верный ответ и обоснование.

**Задача 4.** Есть 10 одинаковых бассейнов и два шланга с разным напором. Известно, что первый шланг наполняет бассейн в 5 раз быстрее, чем второй. Петя и Вася начали заполнять каждый по 5 бассейнов, Петя первым шлангом, а Вася — вторым. Известно, что Петя закончил на час раньше. За какое время Вася заполнил свои 5 бассейнов?

*Ответ:* 1 час 15 минут.

*Решение.* Пусть Петя заполняет один бассейн за время  $x$ , тогда Вася заполняет один бассейн за время  $5x$  (так как второй шланг в пять раз медленнее заполняет один бассейн).

Тогда свои пять бассейнов Петя заполнит за время  $5x$ , а Вася свои — за  $25x$ .

Получаем уравнение  $25x - 5x = 1$ , откуда  $x = 3$  мин. Тогда Вася заполнит свои бассейны за  $25x = 25 \cdot 3 = 75$  мин = 1 ч 15 мин.  $\square$

#### Критерии

- 1 б. Только верный ответ без обоснования.
- 3 б. Верно найдено время заполнения одного бассейна любым шлангом.
- 4 б. Приведён верный ответ и обоснование.

**Задача 5.** У короля есть 10 мудрецов. Однажды он выдал первому мудрецу одну золотую монету, второму — две монеты, третьему — три, ..., десятому — десять. Затем он сказал, что каждую минуту мудрецы могут попросить его выдать девяти из них по одной золотой монете. Если в какой-то момент у всех мудрецов монет будет поровну, то они могут их забрать. Смогут ли мудрецы забрать золото?

*Ответ:* да, смогут.

*Решение.* Каждое действие короля представляется в виде двух последовательных действий:

- выдаём по одной монете всем мудрецам;

- отбираем одну монету у одного из мудрецов.

Тогда назовём действием первого типа то, где монета отбирается у первого мудреца; действием второго типа то, где монета отбирается у второго мудреца; ...; действием десятого типа — монета отбирается у десятого мудреца.

Следовательно, если выполнить следующие 55 действий:

- одно действие первого типа;
- два действия второго типа;
- три действия третьего типа;
- ...
- десять действий десятого типа,

то каждому мудрецу достанется ещё по 55 золотых монет, но при этом у каждого мудреца будет отобрано ровно столько монет, какой он по счёту.

Выходит, что спустя эти 55 действий у всех будет ровно по 55 монет. □

### *Критерии*

- 0 б. Верный ответ без обоснования.
- 3 б. Описан верный алгоритм, но нет объяснения, почему он приводит к равенству монет у всех мудрецов.
- 4 б. Описан верный алгоритм, и имеется его обоснование.