

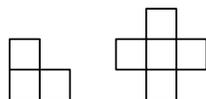
Работа рассчитана на 240 минут

1. График квадратичной функции $y = ax^2 + c$ пересекает оси координат в вершинах правильного треугольника. Чему равно ac ?

2. На доске записано число 2018. Игорь дописывает в конец этого числа такую цифру, чтобы получившееся число было кратно 11, и делит его на 11. Затем он дописывает подходящую цифру в конец полученного частного и делит его на 11, и так далее. Может ли этот процесс продолжаться бесконечно?

3. Внутри треугольника ABC отмечена точка P . Биссектрисы углов BAC и ACP пересекаются в точке M , а биссектриса угла PBA и прямая, содержащая биссектрису угла BPC , пересекаются в точке N . Докажите, что точка пересечения прямых CP и AB лежит на прямой MN .

4. Квадрат со стороной 7 клеток полностью замостили трёхклеточными «уголками» и пятиклеточными «плюсиками» (см. рисунок). Какое наибольшее количество «плюсиков» могло быть использовано?



5. Найдите все пары $(x; y)$ действительных чисел, удовлетворяющие условиям: $x^3 + y^3 = 1$ и $x^4 + y^4 = 1$.

6. Стороны основания кирпича равны 28 см и 9 см, а высота 6 см. Улитка ползёт прямолинейно по граням кирпича из вершины нижнего основания в противоположную вершину верхнего основания. Горизонтальная и вертикальная составляющие ее скорости v_x и v_y связаны соотношением $v_x^2 + 4v_y^2 = 1$ (например, на верхней грани $v_y = 0$ см/мин, поэтому $v_x = v = 1$ см/мин). Какое наименьшее время может затратить улитка на своё путешествие?

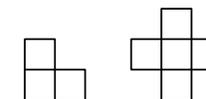
Работа рассчитана на 240 минут

1. График квадратичной функции $y = ax^2 + c$ пересекает оси координат в вершинах правильного треугольника. Чему равно ac ?

2. На доске записано число 2018. Игорь дописывает в конец этого числа такую цифру, чтобы получившееся число было кратно 11, и делит его на 11. Затем он дописывает подходящую цифру в конец полученного частного и делит его на 11, и так далее. Может ли этот процесс продолжаться бесконечно?

3. Внутри треугольника ABC отмечена точка P . Биссектрисы углов BAC и ACP пересекаются в точке M , а биссектриса угла PBA и прямая, содержащая биссектрису угла BPC , пересекаются в точке N . Докажите, что точка пересечения прямых CP и AB лежит на прямой MN .

4. Квадрат со стороной 7 клеток полностью замостили трёхклеточными «уголками» и пятиклеточными «плюсиками» (см. рисунок). Какое наибольшее количество «плюсиков» могло быть использовано?



5. Найдите все пары $(x; y)$ действительных чисел, удовлетворяющие условиям: $x^3 + y^3 = 1$ и $x^4 + y^4 = 1$.

6. Стороны основания кирпича равны 28 см и 9 см, а высота 6 см. Улитка ползёт прямолинейно по граням кирпича из вершины нижнего основания в противоположную вершину верхнего основания. Горизонтальная и вертикальная составляющие ее скорости v_x и v_y связаны соотношением $v_x^2 + 4v_y^2 = 1$ (например, на верхней грани $v_y = 0$ см/мин, поэтому $v_x = v = 1$ см/мин). Какое наименьшее время может затратить улитка на своё путешествие?