

6 класс

1. (7 баллов) В доме на всех этажах во всех подъездах равное количество квартир (больше одной). Также во всех подъездах поровну этажей. При этом количество этажей больше количества квартир на этаже, но меньше, чем количество подъездов. Сколько в доме этажей, если всего квартир 715?

Ответ: 11.

Решение. Обозначим количество квартир на этаже за K , количество этажей за \mathcal{E} и количество подъездов за Π . По условию, $1 < K < \mathcal{E} < \Pi$. Число 715 можно разложить на большие единицы множителя единственным способом: $715 = 5 \cdot 11 \cdot 13$. Значит, $K = 5$, $\mathcal{E} = 11$, $\Pi = 13$.

Критерий. Правильное решение: 7 баллов.

Ответ без объяснений: 3 балла.

Неправильный ответ: 0 баллов.

2. (7 баллов) Среди четырёх людей нет трёх с одинаковым именем, или с одинаковым отчеством, или с одинаковой фамилией, но у каждых двух совпадает или имя, или отчество, или фамилия. Может ли такое быть?

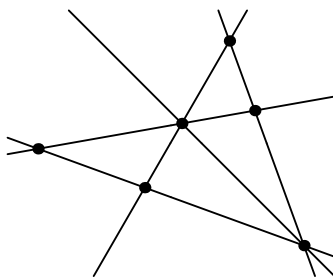
Ответ: может.

Решение. Например, у 1-го и 2-го имя Андрей, у 3-го и 4-го имя Борис. У 1-го и 3-го фамилия Иванов, у 2-го и 4-го фамилия Жуков. У 1-го и 4-го отчество Петрович, у 2-го и 3-го отчество Семёнович.

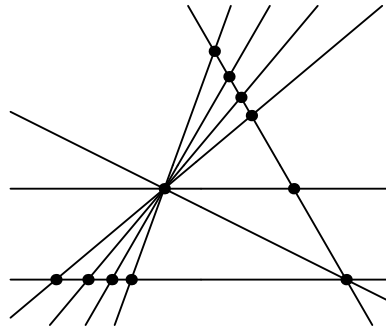
Критерии. Любой верный пример: 7 баллов

Только ответ без примера, либо неправильный ответ: 0 баллов

3. (7 баллов) Петя нарисовал 5 прямых и заметил, что они пересекаются ровно в 6 точках. Нарисуйте 8 прямых так, чтобы они пересекались ровно в 11 точках.



Решение. Ниже приведен один из возможных примеров (две из прямых параллельны):



Критерии. Любой верный пример: 7 баллов.

Указание. В примере не должно быть дополнительных точек пересечения прямых за пределами «видимой части».

Если все пары прямых, пересекающиеся вне видимой части картинке, можно сделать параллельными, получив тем самым правильный пример: 2 балла.

Неверный пример, который нельзя легко модифицировать в верный пример: 0 баллов.

4. (7 баллов) Приведите пример такого выражения, состоящего из единиц, скобок, знаков «+» и «×», что
- его значение равно 11;
 - если в этом выражении заменить все знаки «+» на знаки «×», а знаки «×» на знаки «+», то всё равно получится 11.

Решение. Приведем один из возможных примеров:

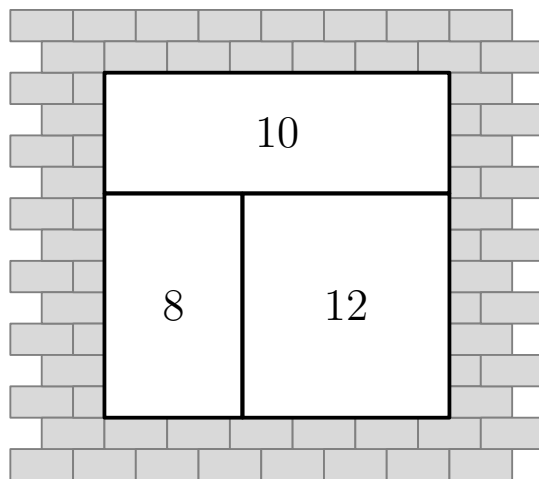
$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$$

Критерии. Любой верный пример: 7 баллов.

Идейно верный пример, не работающий из-за технической ошибки (что-то в духе лишней или не достающей единицы в примере выше): 2 балла.

Любой неверный пример: 0 баллов.

5. (7 баллов) Квадратный оконный проём образован тремя прямоугольными рамами (рис. ниже). Внутри каждой из них написали число, равное периметру рамы. Напишите, чему равна сторона квадрата всего оконного проёма и объясните, как вы её получили.



Ответ: 4.

Решение. Пусть сторона квадрата равна a , а высота левого нижнего проема равна b , ширина левого нижнего проема равна c . Тогда высота верхнего прямоугольника равна $a - b$, ширина равна a ; высота правого прямоугольника равна b , ширина равна $a - c$. Выпишем соотношения периметров трёх прямоугольников:

$$2a + 2a - 2b = 10; \quad 2b + 2c = 8; \quad 2b + 2a - 2c = 12.$$

Сложим два последних равенства, получим $2a + 4b = 20$. Прибавим к результату удвоенное первое равенство, останется $10a = 40$, откуда $a = 4$.

Критерии. Верное решение любым способом: 7 баллов.

Логически верный ход решения, но из-за арифметической ошибки ответ неправильный: 3 балла.

Подобран пример, где прямоугольники действительно обладают нужным периметром, но не объяснено, как получены длины их сторон: 2 балла.

Только правильный ответ без пояснений: 1 балл.