

Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 14—19 апреля 2018 года

9-й класс

Первый тур

Дата написания	15 апреля 2018 г.
Количество заданий	4
Сумма баллов	24
Время написания	180 минут

Решения

Составители написали приведенные ниже решения более подробно, чем если бы им самим пришлось участвовать в олимпиаде. Данный документ содержит пояснения, примечания, альтернативные способы решений, которые предназначены исключительно для информирования жюри, а также всех, кто будет разбирать эти задачи в дальнейшем при изучении экономики или подготовке к олимпиадам. От участников не требуется слишком подробного решения; в любом случае самое важное при оценке — понимает ли участник, как решается задача.

Задача 1. Две субсидии

(6 баллов)

На некотором рынке функция предложения линейна и имеет положительный наклон. Функция спроса строго убывает, но не известно, линейна она или нет.

Стремясь поддержать производителя и одновременно добиться снижения цен для потребителей, государство собирается ввести на данном рынке субсидию. Рассматриваются два варианта:

(1) Ввести потоварную субсидию в размере x ден. ед. за каждую купленную единицу, где x составляет 20 % первоначальной равновесной цены.

(2) Ввести процентную субсидию в размере 20 % цены производителя. Иными словами, если в равновесии цена, которую производитель получает за единицу товара с учетом субсидии, будет равна P_s , то потребитель будет платить только $P_d = 0,8P_s$.

Считайте, что во всех случаях цена потребителя после введения субсидии положительна.

а) (4 балла) Пусть α — процентное снижение цены, уплачиваемой потребителем, в случае введения субсидии по схеме (1); β — в случае введения субсидии по схеме (2). Сравните между собой три числа: α , β и 20 %.

б) (2 балла) При введении какой из двух мер расходы государства на субсидию будут больше?

Решение

Графический анализ позволяет установить, что $\alpha < \beta < 20\%$, и что расходы на второй тип субсидии будут больше.

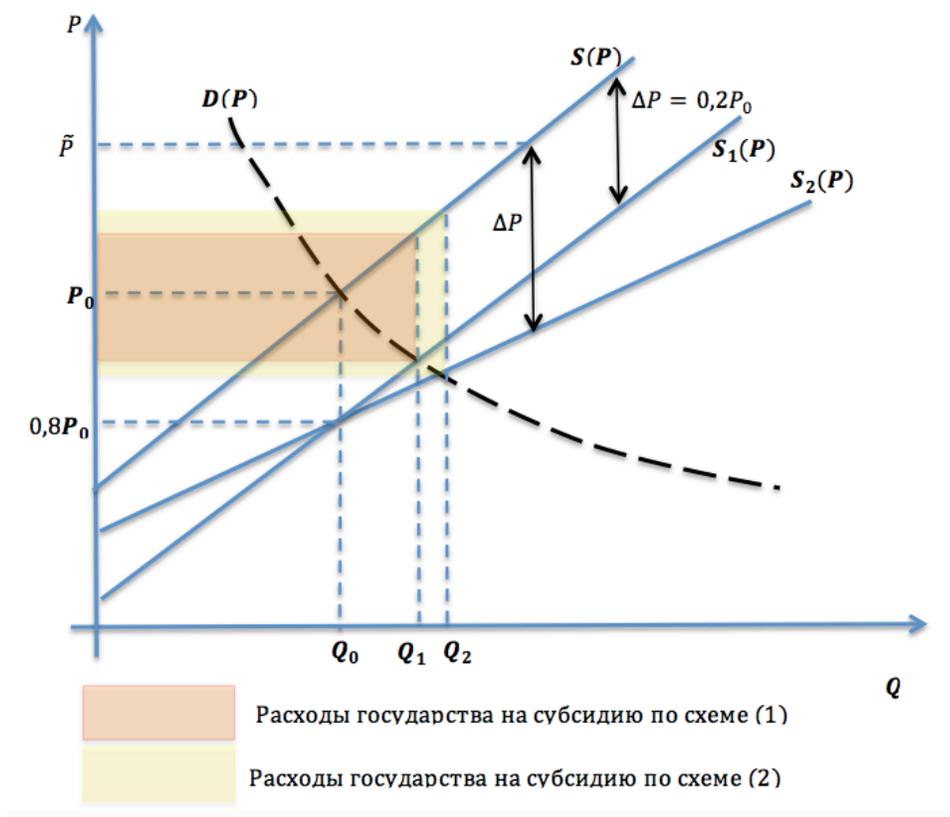


Рис. 1.1: Субсидии на графике

Убедиться в ответе можно и аналитически. Пусть P_0 — первоначальная равновесная цена. Тогда

$$P_1^s - P_1^d = 0,2P_0;$$

$$P_2^s - P_2^d = 0,2P_2^s.$$

Поскольку цена производителя при субсидии растет, верно $P_2^s > P_0$, откуда $P_2^s - P_2^d > P_1^s - P_1^d$. Но $P^s(Q) - P^d(Q)$ — возрастающая функция (разность возрастающей и убывающей), значит, $Q_2 > Q_1$. Остается заключить из убывания функции спроса, что $P_2^d < P_1^d$, то есть цена потребителя сильнее снижается при втором варианте субсидии ($\beta > \alpha$).

Схема оценивания

а) (4 балла)

- **1 балл**, если обосновано, что $\alpha < 20\%$
- **1 балл**, если обосновано, что $\beta < 20\%$
- **2 балла**, если обосновано, что $\alpha < \beta$

б) (2 балла)

- **1 балл**, если верно записана формула или верно представлена графическая интерпретация расходов государства для каждого из вариантов субсидирования. Если это сделано неверно хотя бы для одного случая, балл за эту часть решения не выставляется.
- **1 балл**, если приведено верное обоснованное сравнение расходов. Если верный ответ получен неверными рассуждениями, балл за эту часть решения не выставляется.

Задача 2. Сколько выиграл Билл?

(6 баллов)

Лотерейный билет, который Билл купил в киоске, принес ему существенный выигрыш — 1 миллион рублей. Организатор лотереи, однако, сообщил Биллу, что весь выигрыш сразу получить он не сможет. Вместо этого на его банковский вклад будет перечисляться 100 тысяч рублей каждый год на протяжении 10 лет, и первый платеж произойдет через год. Билл возмущился, сказав, что если выигрыш нельзя получить сейчас, то неправильно говорить, что он равен миллиону рублей, на самом деле он меньше.

а) (2 балла) В экономической теории есть несколько объяснений того, что люди предпочитают получать деньги раньше, а не позже (если речь идет о равных суммах). Приведите два из них.

б) (1 балл) Организатор лотереи, не желая спорить с Биллом, предложил ему другой вариант — выплатить 500 тысяч рублей прямо сейчас и еще 500 тысяч — через 5 лет от сегодняшнего дня. Билл не собирается тратить выигранные в лотерею деньги в течение 10 лет, а собирается держать их на застрахованном пополняемом банковском вкладе со ставкой 5 % годовых. Его цель — сделать так, чтобы сумма на этом вкладе через 10 лет была как можно большей. Согласится ли Билл на предложенный альтернативный вариант вместо изначального?

в) (3 балла) Биллу предлагают еще и третий вариант — он получает 750 тысяч рублей прямо сейчас, а других платежей нет. Какой из трех вариантов он выберет?

Решение

а) Можно положить в банк и заработать проценты, нетерпеливость, инфляция.

б) Этот вариант более привлекателен, чем изначальный: общая сумма, которую получит Билл, такая же, но процентов он получит больше, так как они будут копиться раньше с бо́льших сумм. 500 тысяч пролежат в банке 10 лет, еще 500 тысяч — 5 лет. Всего в банке через 10 лет окажется сумма $500 \cdot (1 + 0,05)^{10} + 500 \cdot (1 + 0,05)^5 \approx 1452,588$ тыс. руб.

в) Рассмотрим изначальный вариант. Первый платеж, который Билл получит через год, успеет пролежать в банке 9 лет и превратиться в $100 \cdot (1 + 0,05)^9$ тыс. рублей к концу срока вклада. Вторым платеж превратится в $100 \cdot (1 + 0,05)^8$ тыс. рублей, успев пролежать 8 лет, третий — в $100 \cdot (1 + 0,05)^7$ тыс. рублей и так далее. Последний платеж 100 тыс. рублей будет получен одновременно с окончанием срока вклада. Общая сумма, которая окажется на счете Билла через 10 лет, таким образом, равна:

$$\sum_{t=0}^9 (100 \cdot 1,05^t) \approx 1257,789 \text{ тыс. руб.}$$

Если Билл положит в банк 750 тысяч прямо сейчас, то через 10 лет на счете окажется

$$750 \cdot 1,05^{10} \approx 1221,671 \text{ тыс. руб.}$$

Значит, второй вариант (из пункта **б**) самый привлекательный для Билла.

Схема оценивания

а) (2 балла) По 1 баллу за каждое из 2-х корректных объяснений того, почему с точки зрения экономической теории люди предпочитают деньги раньше, а не позже.

б) (1 балл) Любое корректное обоснование того, что вариант с двумя выплатами по 500 тыс. р. предпочтительнее, чем 10 выплат по 100 тыс. р.

в) (3 балла) Любое корректное обоснование того, что вариант с двумя выплатами по 500 тыс. р. предпочтительнее варианта с однократной выплатой 750 тыс. р.

Примечание.

В ряде случаев пункты **б**) и **в**) оцениваются в совокупности (из 4 баллов):

- Если в решении используется гипотеза о произвольной ставке процента в вариантах 1 и 3, в решении формируется параметрическое условие выбора варианта выплат, а решения о предпочтительности вариантов нет, то решение оценивался в 2 балла.
- Если в решении задачи используется простой процент, решение оценивается 2 балла.
- Если при верных выражениях будущей приведенной стоимости для вариантов выплат решение содержит критические ошибки в преобразованиях, которые принципиально меняют ответы, решение оценивается в 1 балл.

Задача 3. Кукурузный король

(6 баллов)

Сельскохозяйственная отрасль страны U выращивала только пшеницу (W), пока однажды король не увидел, как за океаном выращивают кукурузу (C). Правителю так понравилась эта культура, что он решил, что теперь она будет выращиваться и в стране U .

Оказалось, что урожайность кукурузы, как и пшеницы, зависит от того, в какой части страны ее выращивать — на севере страны или на юге. На одном гектаре северных полей можно вырастить 2 центнера пшеницы или 1 центнер кукурузы, а на одном гектаре южных полей — 1 центнер пшеницы или 2 центнера кукурузы. На каждом гектаре альтернативная стоимость центнера пшеницы в единицах кукурузы постоянна.

Издержки на возделывание N гектаров северных полей (независимо от культуры) равны $TC(N) = N^2/2$ руб., а издержки возделывания S гектаров южных полей равны $TC(S) = S^2 + 20 \cdot S$ руб. Страна настолько большая, что S и N не ограничены и могут быть любыми неотрицательными числами.

Несмотря на энтузиазм правителя, население страны скептически отнеслось к кукурузе, и поэтому не потребляет ее. Но кукурузу можно продавать на мировом рынке по цене $P_C = 40$ руб. за центнер. А вот к пшенице население привыкло, поэтому предъявляет на нее спрос $W = 120 - P_W$ (зато на международном рынке продать ее нельзя). Площадь возделываемых полей и ее распределение между пшеницей и кукурузой определяется королем, который максимизирует прибыль, получаемую страной от обеих культур.

а) (1 балл) Предположим, значения S и N определены. Как будет в зависимости от них выглядеть КПВ страны U в координатах (W, C) ? Приведите графический вид (укажите координаты ключевых точек).

б) (5 баллов) Какую максимальную прибыль может получить король, если оптимальным образом выберет S, N, W и C ?

Решение

а) КПВ будет состоять из двух участков — южных и северных полей. На S га южных полей можно вырастить S центнеров пшеницы или $2 \cdot S$ центнеров кукурузы. Аналогично на N га северных полей можно вырастить $2N$ центнеров пшеницы или N центнеров кукурузы. Зная это, можно построить КПВ для поля каждого типа, а затем сложить их обычным образом:

Используя картинку, несложно вывести уравнения аналитически:

$$\begin{aligned} C &= 2 \cdot S + N - W/2 \\ C &= 2 \cdot S + 4N - 2W \end{aligned}$$

$$C = \begin{cases} 2 \cdot S + N - W/2, & \text{если } 0 \leq W < 2N \\ 2 \cdot S + 4N - 2W, & \text{если } 2N \leq W \leq 2N + S \end{cases}$$

Или для простоты записи:

$$C = \begin{cases} 2 \cdot S + N - W/2, & \text{если } W < 2N \\ 2 \cdot S + 4N - 2W, & \text{если } W \geq 2N \end{cases}$$

б) Составим функцию прибыли государства:

$$\pi = 40C + (120 - W)W - S^2 - 20 \cdot S - N^2.$$

Для любых S и N оптимально использовать поля полностью, т.е. выбирать точку на КПВ. Например, засеивание любого поля кукурузой строго увеличит выручку.

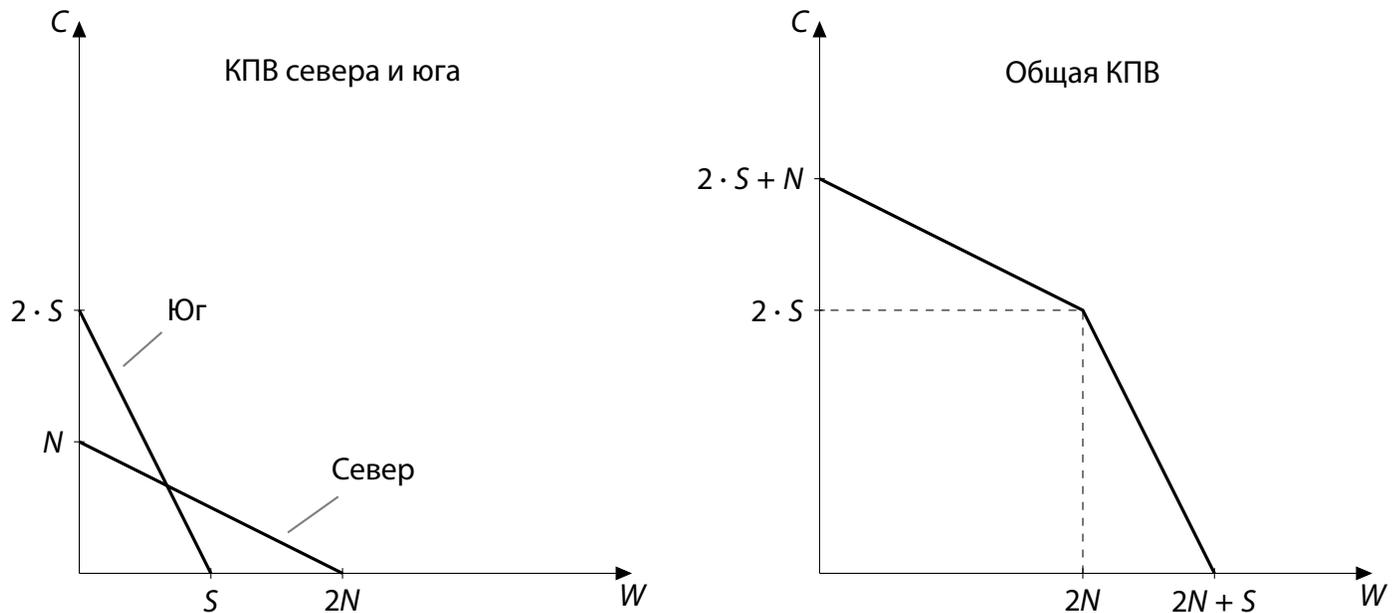


Рис. 3.1: Кривые производственных возможностей

Максимум прибыли может быть достигнут на двух участках КПВ, поэтому нужно рассмотреть два случая:

Первый случай: левая часть КПВ, $W \leq 2N$

$$C = 2 \cdot S + N - W/2$$

Подставляя ограничение, порожденное КПВ, в прибыль, имеем:

$$\pi = 40(2 \cdot S + N - W/2) + (120 - W)W - S^2 - 20 \cdot S - N^2/2 = (60S - S^2) + (40N - N^2/2) + (100W - W^2).$$

Получившаяся функция — это сумма трех независимых друг от друга парабол, у каждой из которых ветви вниз. Максимизируя значение каждого выражения в скобках, получаем:

$$S^* = 30, \quad N^* = 40, \quad W^* = 50.$$

Можно убедиться, что найденная точка на самом деле лежит на рассматриваемом участке КПВ: $50 < 2 \cdot 40$.

Найдем прибыль:

$$Pr^* = (60 \cdot 30 - 30^2) + (40 \cdot 40 - 40^2/2) + (100 \cdot 50 - 50^2) = 4200.$$

Второй случай: правая часть КПВ, $W \geq 2N$

$$C = 2 \cdot S + 4N - 2W$$

Подставляя ограничение, порожденное КПВ, в прибыль, имеем:

$$\pi = 40(2 \cdot S + 4N - 2W) + (120 - W)W - S^2 - 20 \cdot S - N^2/2 = (60S - S^2) + (160N - N^2/2) + (40W - W^2).$$

Получившаяся функция — это сумма трех независимых друг от друга парабол, у каждой из которых ветви вниз. Максимизируя значение каждого выражения в скобках, получаем:

$$S^{**} = 30, \quad N^{**} = 160, \quad W^{**} = 20.$$

Эта точка, однако, не лежит на рассматриваемом участке КПВ, то есть неверно, что $W \geq 2N$. Самое близкое, что мы можем взять — точку излома $(2N, 2 \cdot S)$. Но эта точка входила в первый рассматриваемый участок и оказалась хуже найденной там оптимальной точки. Значит, точка, найденная на первом участке КПВ, была оптимальной на всей КПВ, а максимальная прибыль равна 4200 руб.

Ответ: $W = 50, C = 75$.

Схема оценивания

а) (1 балл) Полный балл ставится за верно нарисованный график общей КПВ.

б) (5 баллов)

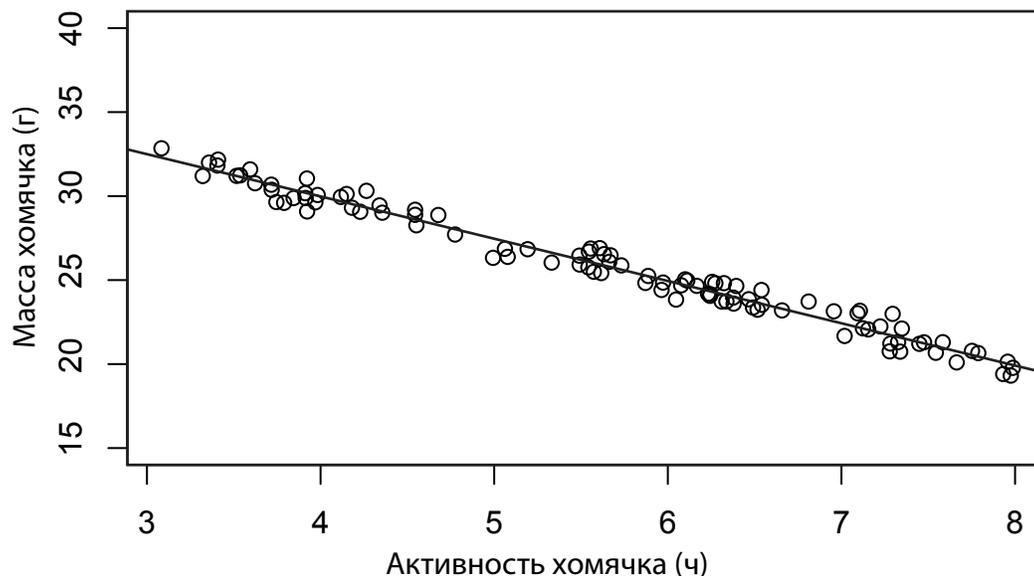
- 1 балл: идея о частичной специализации полей или о рассмотрении двух участков КПВ. Если участник решает задачу исходя из предпосылки о полной специализации полей и не рассматривает других случаев, это решение принципиально неверно и оценивается в 0 баллов.
- 2 балла: рассмотрение каждого из случаев (участков КПВ). Если верно рассмотрен один случай, за него ставится 1 балл.
- 2 балла: сравнение случаев и вывод.

Если в решении допущена арифметическая ошибка, присутствует недостаточность обоснования максимума и/или ошибка в аналитическом решении, не приводящая к значительным искажениям результатов, при этом остальное решение верное, пункт оценивается в 4 балла.

Задача 4. Образование и доход

(6 баллов)

Начинающий исследователь Василий однажды читал научную статью, где изучалась связь активности хомячков (в часах в среднем в течение суток) и их массы. Там приводился следующий график:



Точками здесь обозначены отдельные хомячки, а прямая построена так, что она лежит как можно ближе к точкам. Прямая имеет уравнение $y = 40 - 2,5x$, из чего авторы исследования сделали вывод, что увеличение активности на час в среднем уменьшает массу хомячка на 2,5 грамма.

Василий решил использовать эту технику, чтобы оценить влияние образования людей на их доход. Для этого он опросил 1000 человек, спрашивая у каждого, сколько тот зарабатывает (переменная *Income*) и каков его последний на данный момент уровень образования (переменная *Education*). Переменная *Education* для каждого человека принимает одно из 5 значений:

<i>Education</i>	Уровень образования
1	не окончил школу
2	окончил только школу
3	окончил техникум/колледж
4	окончил университет
5	получил ученую степень

Построив рядом с полученными точками прямую так же, как было сделано в исследовании, которое он читал, Василий обнаружил, что ее уравнение имеет вид $Income = -10 + 20 \cdot Education$ (это уравнение прямой, самой близкой к точкам на графике), то есть каждая ступень образования в среднем увеличивает доход на 20 тысяч рублей в месяц.

Исследование, проведенное Василием, не свободно от недостатков. Вам нужно высказать содержательную критику по следующим пунктам:

а) (3 балла) Кодирруя уровень образования цифрами от 1 до 5, Василий неявно предполагает очень специфическую форму зависимости дохода от образования. Объясните, какую форму зависимости предполагает Василий, почему так лучше не делать и как ему стоило бы правильно учесть образование в своей модели?

б) (3 балла) Во-вторых, Василий не учел все факторы, которые могут влиять на доход. Какие? Предложите, как надо было организовать исследование, чтобы корректно измерить влияние образования на доход.

Решение

а) Василий предполагает линейную форму зависимости.

Такой подход неудачен, поскольку нет оснований предполагать, что рост образования на одну ступень всегда **одинаково** (линейно) увеличивает доход.

Чтобы избавиться от этого недостатка, нужно либо рассматривать не уровни, а количество лет, которое человек отучился, либо вычислять уровни по данным.

б) На доход влияют, например, такие факторы: личные характеристики, пол, возраст, специальность, место жительства и т. д.

Учесть их можно одним из двух способов:

Способ 1. Взять выборку из людей с одинаковыми «прочими» характеристиками (схожего возраста, профессии и так далее) и сравнивать для них влияние образования на доход.

Способ 2. Построить модель, в которую одновременно будут входить все интересующие нас факторы.

Схема оценивания

а) (3 балла) 1 балл ставится за указание на форму зависимости (линейная). Если участник пишет только о положительной зависимости, то эта идея не засчитывается, так как это не главная особенность и проблема подхода.

1 балл ставится за ответ на вопрос «почему так лучше не делать» и объяснение (при отсутствии объяснения балл не ставится — например), если участник просто пишет, что квадратичная функция подошла бы лучше. Также здесь не учитываются замечания о пропущенных переменных, поскольку они относятся к вопросу пункта **б**), а не к форме зависимости, которая обсуждается в пункте **а**).

1 балл ставится за корректное предложение об учете образования в модели. Без обоснования не засчитываются: рассуждения о том, какая должна быть зависимость; предложения перейти к другой шкале и т. п.

б) (3 балла) 1 балл ставится за перечисление релевантных факторов, влияющих на доход.

2 балла ставится за корректные предложения по организации исследования (любой из двух способов). Не засчитываются: рассуждения о том, что нужно взять людей с одинаковым образованием и работать с ними (мы не сможем измерить влияние образования); рассуждения о том, что нужно усреднять доходы людей с одинаковым образованием (мы не избавимся от влияния прочих факторов).