

Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 14—19 апреля 2018 года

10-11-й класс

Первый тур

Дата написания	15 апреля 2018 г.
Количество заданий	4
Сумма баллов	24
Время написания	180 минут

Решения

Составители написали приведенные ниже решения более подробно, чем если бы им самим пришлось участвовать в олимпиаде. Данный документ содержит пояснения, примечания, альтернативные способы решений, которые предназначены исключительно для информирования жюри, а также всех, кто будет разбирать эти задачи в дальнейшем при изучении экономики или подготовке к олимпиадам. От участников не требуется слишком подробного решения; в любом случае самое важное при оценке — понимает ли участник, как решается задача.

Задача 1. Университетские обеды

(6 баллов)

Некоторое время назад один известный университет переехал в новое здание и заключил договор с кафе «Клюква», которое будет обеспечивать студентов и профессоров горячими обедами.

В Университете работают несколько состоятельных профессоров, их общая функция спроса на горячие обеды в «Клюкве» имеет вид $D_t = 50 - P/2$. Однако профессора не любят обедать одновременно с большим количеством студентов, поэтому ни один из них не отправится в столовую, если количество порций, на которые предъявляют спрос студенты, превышает 20 (в этом случае профессора пойдут обедать в ресторан неподалеку). Спрос студентов на горячие обеды имеет вид $D_s = 80 - 2P$. Издержки «Клюквы» на приготовление обедов описываются функцией $TC(Q) = 2Q$. За аренду помещений в университете ничего платить не нужно.

а) (4 балла) Какую цену за обед назначит «Клюква»?

б) (2 балла) Чтобы студенты и профессора не мешали друг другу, университет выделил «Клюкве» еще один зал, в котором теперь можно обедать только профессорам (а в обычном зале теперь можно обедать только студентам). Благодаря этому, студенты не будут мешать профессорам обедать. Клюква может назначать разные цены на обеды в разных залах. Какие цены она назначит? Как появление профессорского зала скажется на положении профессоров, студентов и фирмы — кто из них выиграет от этого, а кто проиграет?

Решение

а) Чтобы найти цену, которую установит «Клюква», нужно найти суммарный спрос:

$$Q^d = \begin{cases} 0, & \text{если } P > 100 \\ 50 - P/2, & \text{если } P \in [40; 100]; \\ 130 - 2,5P, & \text{если } P \in [30; 40]; \\ 80 - 2P, & \text{если } P \in [0; 30]. \end{cases}$$

Последняя строка появилась из-за того, что при $P < 30$ величина спроса студентов больше 20, и профессора обедать в кафе не пойдут.

Запишем функцию прибыли: $\pi(P) = Q(P)(P - AC)$:

$$\pi = \begin{cases} 0, & \text{если } P > 100 \\ (50 - P/2)(P - 2), & \text{если } P \in [40; 100]; \\ (130 - 2,5P)(P - 2), & \text{если } P \in [30; 40]; \\ (80 - 2P)(P - 2), & \text{если } P \in [0; 30]. \end{cases}$$

Найдем вершины всех парабол с ветвями вниз:

$$\pi = \begin{cases} P = 51, Q = 24,5, \pi = 1200,5 & \text{если } P \in [40; 100]; \\ P = 27, Q = 62,5, \pi = 1562,5 & \text{если } P \in [30; 40]; \\ P = 21, Q = 38, \pi = 722, & \text{если } P \in [0; 30]. \end{cases}$$

В первом и третьем случае оптимальная цена попала в нужный интервал, а во втором — нет (студентов по такой цене слишком много, и профессора не пойдут в «Клюкву»), следовательно, во втором случае нужно рассмотреть точку, ближайшую к вершине — $P = 30$ (немного повысить цену, чтобы студентов стало ровно 20). В этом случае $Q = 55$ и $\pi = 55 \cdot (30 - 2) = 1540$. Это самая большая прибыль среди трех вариантов, поэтому «Клюква» назначит именно цену $P^* = 30$.

б) Запишем функцию общей прибыли фирмы, если P_t и P_s — цены в профессорском и в студенческом зале соответственно:

$$\pi = (50 - P_t/2) \cdot P_t + (80 - 2P_s) \cdot P_s - 2 \cdot (50 - P_t/2 + 80 - 2P_s).$$

После упрощения получаем:

$$\pi = (50 - P_t/2) \cdot (P_t - 2) + (80 - 2P_s) \cdot (P_s - 2).$$

Это сумма двух независимых друг от друга парабол с ветвями вниз, найдем их вершины: $P_t^{**} = 51$, $P_s^{**} = 21$, общая прибыль равна 1922,5. По сравнению с пунктом а) профессора покупают обедов меньше и дороже (они проиграли), а студенты — больше и дешевле (они выиграли). Прибыль фирмы увеличилась (она выиграла).

Примечание. Чтобы сделать вывод об увеличении прибыли фирмы, считать саму прибыль необязательно. Можно заметить, что фирма в пункте б) могла получить прибыль даже больше, чем в пункте а), назначив цену 27 для всех типов потребителей (прибыль была бы равна 1562,5). Но она сделала нечто другое, значит, ее максимальная прибыль еще больше.

Схема оценивания

а) (4 балла) 1 балл ставится за нахождение суммарного спроса.

3 балла ставится за корректную максимизацию прибыли на суммарном спросе.

б) (2 балла) 1 балл ставится за максимизацию прибыли в 2 залах по отдельности.

1 балл ставится за анализ благосостояния.

За арифметическую ошибку 1 балл снимается.

Задача 2. Таргетирование инфляции

(6 баллов)

В экономике страны Альфа издержки инфляции (потери «мертвого груза», вызванные инфляцией или дефляцией) в году t равны:

$$L_t = \begin{cases} \pi_t^2, & \text{если } \pi_t > 0, \\ 3\pi_t^2, & \text{если } \pi_t < 0. \end{cases}$$

Здесь π_t — уровень инфляции в стране Альфа в году t в процентах (отрицательные значения π_t соответствуют дефляции).

В ближайшие 4 года центральный банк страны Альфа (ЦБА) планирует придерживаться политики инфляционного таргетирования: это означает, что на все четыре года будет установлен единый целевой уровень инфляции π^* , и ЦБА будет проводить политику, направленную на поддержание инфляции на этом уровне.

К сожалению, ЦБА не может добиться точного соответствия инфляции своему целевому ориентиру из-за внешних шоков, которые не подвластны его контролю. Исходя из прошлого опыта, ЦБА считает, что в два года из следующих четырех фактическая инфляция будет превышать установленный целевой уровень на 4 процентных пункта, а остальные два — будет на 4 процентных пункта ниже установленного целевого ориентира.

а) (2 балла) Укажите две причины, по которым инфляция может приводить к потерям для экономики в долгосрочной перспективе (если укажете больше, проверены будут первые две).

б) (1 балл) Укажите причину, по которой дефляция может быть более болезненна для экономики, чем инфляция (как это имеет место в стране Альфа)

в) (3 балла) Какой целевой уровень инфляции должен установить ЦБА, если он стремится минимизировать суммарные издержки инфляции за 4 года?

Решение

а) Можно привести следующие виды источников потерь (издержек инфляции):

1. «Издержки меню». В условиях высокой инфляции фирмы вынуждены чаще менять цены на свою продукцию и поэтому несут больше издержек, связанных с необходимостью пересмотра цен. Например, рестораны вынуждены печатать новые меню, магазины — рассылать новые каталоги и так далее.
2. Издержки, связанные с искажением относительных цен товаров. Наличие даже незначительных издержек меню может сделать невыгодным частое изменение цен и фирмы предпочтут корректировать цены лишь время от времени. В результате возникнут искажения в относительных ценах товаров, что может привести к значительно более серьезным потерям, чем сами издержки меню, послужившие причиной появления подобных искажений.
3. Трансакционные издержки (издержки «стоптанных башмаков»). В условиях инфляции наличные деньги быстро обесцениваются, поэтому, стремясь избежать этого «налога», люди стараются держать меньше наличных денег на руках (предпочитая получать с них процентный доход). Если, например, доход индивида перечисляется на его счет в банке, то при росте уровня цен он будет предпочитать снимать их со счета маленькими порциями, поэтому он будет вынужден чаще ходить в банк, тратить время и деньги на проезд, стаптывать башмаки, идя туда пешком и т.п.
4. Рост уровня неопределенности. Высокому уровню инфляции, как правило, соответствует высокий уровень её волатильности. Что порождает для фирм дополнительную неопределенность по поводу будущего и снижает их стимулы к инвестированию. А это, в свою очередь, ограничивает экономический рост.

5. Искажение налогообложения. Многие налоги являются прогрессивными. В этом случае к потерям следует отнести и тот факт, что даже при условии роста доходов в соответствии с инфляцией, реальные располагаемые доходы будут ниже, поскольку больший номинальный доход подпадает при прогрессивном налогообложении под более высокую налоговую ставку.
6. Издержки непредвиденной инфляции связаны с тем, что она приводит к перераспределению доходов от должника к кредитору.
7. Другим направлением перераспределения средств в результате неожиданной инфляции является перераспределение средств от работников, получающих фиксированную в номинальном выражении заработную плату, к владельцам фирм/государству.

б) Дополнительные издержки, характерные не для любого изменения общего уровня цен, а именно для дефляции:

В условиях дефляции наличные деньги со временем не обесцениваются, а наоборот растут в цене (даже если просто хранить их «под подушкой»). Таким образом, у индивидов снижаются стимулы осуществлять сбережения путем размещения их на депозитах или покупки облигаций. Падение сбережений негативно сказывается на долгосрочном экономическом росте. Аналогично, высокая изменчивость валютного курса, вызванная инфляцией, может снижать иностранные инвестиции.

Потребление в этом случае также может падать, так как появляется стимул откладывать покупки на будущее, когда цены упадут. Это негативно сказывается на экономической активности.

В условиях дефляции номинальные процентные ставки оказываются близки к нулю. Иными словами, экономика оказывается в «ликвидной ловушке». Это затрудняет проведение монетарной политики путем регулирования процентных ставок (нарушает работу канала кредитно-денежной трансмиссии).

в) Рассмотрим случай $-4 < \pi < 4$. В этом случае два года в экономике будет наблюдаться инфляция, а другие два года — дефляция. Следовательно, суммарные за 4 года потери будут иметь вид:

$$\frac{3\pi_1^2 + \pi_2^2 + 3\pi_3^2 + \pi_4^2}{3(\pi - 4)^2 + (\pi + 4)^2 + 3(\pi - 4)^2 + (\pi + 4)^2}$$

Относительно π^* это парабола с ветвями, направленными вверх, следовательно, её вершина и определяет нужный целевой уровень инфляции: $\pi = 2$ процента.

В этом случае издержки инфляции составят $2(3(2 - 4)^2 + (2 + 4)^2) = 96$.

Осталось показать, что случаи $\pi \geq 4$ и $\pi \leq -4$ нам не подходят. Рассмотрим случай $\pi \geq 4$. В этом случае ни в одном из периодов не будет дефляции, и суммарные издержки инфляции составят:

$$(\pi - 4)^2 + (\pi + 4)^2 + (\pi - 4)^2 + (\pi + 4)^2 = 4(\pi)^2 + 64$$

Ясно, что $\pi \geq 4$ это монотонно возрастающая функция, которая достигает наименьшего значения при $\pi = 4$. Это наименьшее значение равно $4 * 16 + 64 = 128$, что больше, чем 96. Следовательно этот вариант хуже, чем $\pi = 2$. Аналогично можно показать, что нам не подходит случай $\pi \leq -4$.

Схема оценивания

а) (2 балла) 1 балл, если приведен только один вид издержек инфляции. 2 балла, если приведено два вида (или более).

б) (1 балл) 1 балл, если приведена хотя бы одна причина более высоких потерь от дефляции по сравнению с инфляцией.

в) (3 балла) Полное верное решение оценивается в 3 балла. При наличии одного или нескольких мелких недочетов (вычислительная ошибка или отсутствие пояснения, почему найденная точка является точкой минимума функции) решение оценивается в 2 балла. При наличии существенных недочетов (рассмотрен только один из случаев), но при условии, что минимизируемая в основном случае функция записана корректно, решение оценивается в 1 балл.

Задача 3. Где устроить свалку?

(6 баллов)

В стране А есть четыре города и прямые дороги между ними. Расположение городов и дорог, а также расстояния между городами изображены на картинке. В скобках указано население городов в миллионах человек.

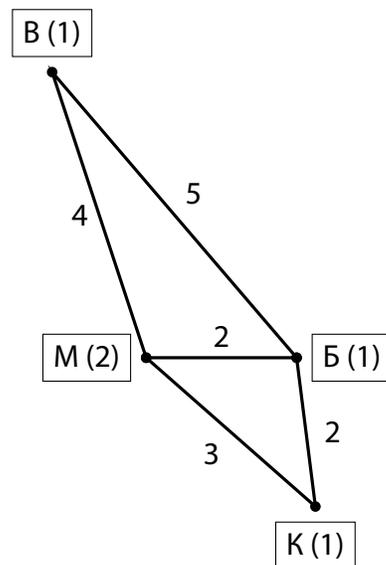
Государство думает, где именно расположить мусорную свалку. Для возможности транспортировки мусора свалка может находиться только непосредственно на обочине дороги или в самих городах. Конечно, жители каждого города хотят, чтобы свалка была как можно дальше от их города (для простоты будем считать, что они имеют в виду расстояние, которое нужно проехать по дороге).

а) (2 балла) Назовем точку X *доминирующим местом для свалки*, если она победила бы во всеобщем голосовании жителей страны, будучи выставленной против любой другой точки, по правилу простого большинства голосов. При правиле простого большинства побеждает тот вариант расположения, который получает строго больше половины голосов всех жителей. При безразличии жителей города между двумя вариантами считайте, что они разделяют свои голоса поровну между предлагаемыми вариантами.

Есть ли в стране А *доминирующее место для свалки*? Если есть, найдите его; иначе докажите, что его нет.

б) (3 балла) Назовем точку Y *неудачным местом для свалки*, если существует такая точка Z , что жители по меньшей мере трех городов строго предпочитают точку Z точке Y . Найдите множество *неудачных мест для свалки*.

в) (1 балл) Глава государства Джон Ролз решил разместить свалку таким образом, чтобы ни один город не был особенно ущемлен: решение принимается так, чтобы свалка была как можно дальше от ближайшего к ней города. Где будет размещена свалка?



Решение

а) Нужно сначала найти оптимальную точку. Сделаем это с помощью последовательного исключения доминируемых альтернатив.

Очевидно доминируемые альтернативы — те, которые доминируются соседними. Посмотрим, например, на участок $M-B$. Отдаление от M сторону B получит минимум 3 голоса от K и M — это простое большинство. Аналогичным образом мы показываем доминирование и на других участках. На картинке стрелками вдоль дорог показано доминирование большинством.

Остаются три точки: X , Y , Z , которые так не доминируются. Если мы их сравним, то получим, что X доминирует Y (проголосуют все, кроме B) и X доминирует Z (так же). Таким образом X — альтернатива, которая может доминировать все.

Докажем, что она действительно доминирует все. Поставим симметричную точку X' на дороге $M-B$. Все точки ниже X и X' будут доминироваться X (минимум 3 голоса от M и K). Все точки выше — тоже

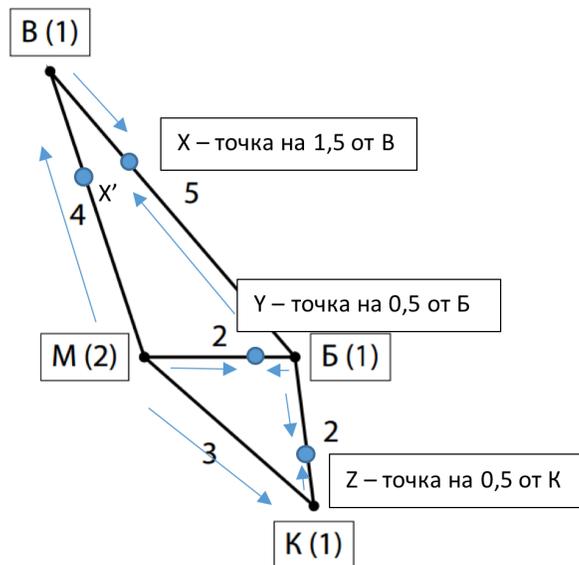


Рис. 3.1: Свалки: пункт а)

(минимум 3 голоса от М и В). Точка X' также доминируется X (голоса В и К пополам — в итоге 3 голоса за X)

б) Заметим, что расположение свалки в В для трех городов будет лучше, чем в нижнем треугольнике, поэтому в нижнем треугольнике все места неудачные. Аналогично можно показать, что точка F доминирует любую точку на дороге F—М, а точка X — любую точку на дороге X—Б.

Покажем теперь, что в верхнем участке не может быть никакого доминирования тремя (даже точками из неудачных мест) точками. Доказательство аналогично пункту а). Для любой точки берем симметричную на другой дороге. Город К будет против всех точек ниже, а также будет против М или Б. Город В будет против всех точек выше, а также будет против М или Б.

в) На каком бы отрезке ни находилась свалка, она должна быть в середине этого отрезка, потому что, сдвинув свалку к середине, можно сделать лучше городу, который в самом худшем положении. При этом отрезок нужно выбрать самый длинный — тогда двум городам, находящимся в худшем положении, будет лучше всего. Поэтому свалка должна быть расположена в середине отрезка В—Б.

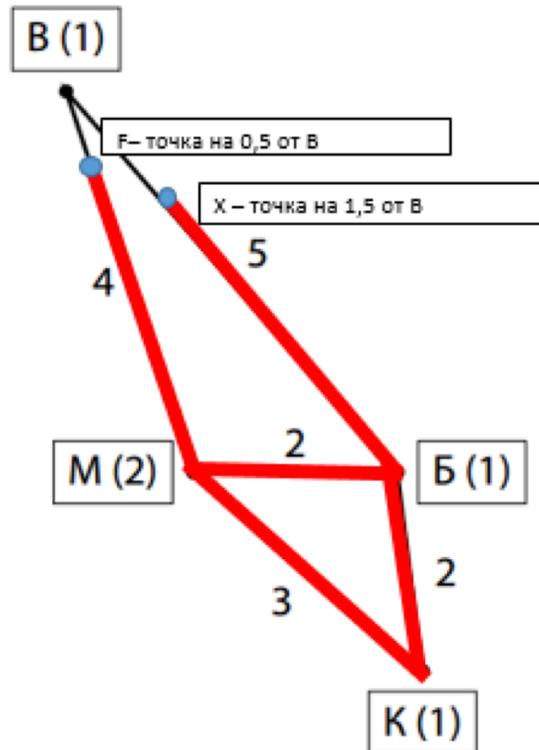


Рис. 3.2: Свалки: пункт б)

Схема оценивания

а) (2 балла) 1 балл за нахождение точки и 1 балл за доминирование. Нахождение точки можно подробно не обосновывать — главное доказать, показав доминирование.

б) (3 балла) Нахождение области неудачных мест оценивается в 2 балла: 1 балл ответ и 1 балл доказательство. В оставшийся 1 балл оценивается доказательство, что в верхнем множестве нет неудачных мест.

в) (1 балл) 1 балл за правильный ответ с обоснованием.

Задача 4. Стыд и зависть в экономической модели

(6 баллов)

Экономистов часто упрекают в том, что люди в их моделях — эгоистичные создания, лишённые доброты, любви, эмпатии и чувства справедливости. Реальные люди, между тем, не такие, что подтверждается исследованиями их поведения. Так, в экспериментах (и в реальных жизненных ситуациях) участники зачастую принимают решения так, как будто их заботит не только собственный выигрыш, но и справедливость распределения. Причем неприязнь несправедливости может быть связана как с завистью (*я не хочу, чтобы другие получили больше, чем я*), так и со стыдом (*я не хочу получить больше, чем другие*).

Рассмотрим модель взаимоотношения двух инвесторов, Клары и Марфы, которые могут вложить деньги в совместный проект. Если Клара вложит K тыс. руб., а Марфа вложит M тыс. руб., то проект принесет им общую сумму $1,6(K + M)$, которую они разделят пополам. Каждая из них может вложить любую сумму не больше 100 тыс. руб. Считайте, что если какая-то из девушек безразлична между несколькими вариантами вложения, она выбирает из них тот, в котором сумма вложения максимальна.

Совместное инвестирование предложила Клара, но Марфа не очень доверяет ей, поэтому поставила Кларе условие: «*Сначала ты вносишь на банковский счет свою сумму K , а уже потом, когда я увижу эту сумму на счете, я добавлю к ней M* ». Так и договорились.

а) (0 баллов) Предположим, что каждая из девушек просто максимизирует сумму денег, которая останется у нее после реализации инвестиционного проекта. Доказать, что в этом случае $K = M = 0$, слишком просто, поэтому составители решили не давать за это баллов.

б) (6 баллов) Предположим теперь, что у девушек есть и другие интересы, кроме личного обогащения. А именно, используем функцию полезности, предложенную Эрнстом Фером и Клаусом Шмидтом:¹

$$U_K = x_K - \alpha \max(x_M - x_K; 0) - \beta \max(x_K - x_M; 0),$$

$$U_M = x_M - \alpha \max(x_K - x_M; 0) - \beta \max(x_M - x_K; 0),$$

где U_K и U_M — функции, которые девушки (Клара и Марфа соответственно) максимизируют, x_K и x_M — их выигрыш в деньгах (сумма, оставшаяся на руках после реализации проекта), α — параметр зависти, β — параметр стыда ($\alpha, \beta > 0$). Функция $\max(x; y)$ принимает значение x , если $x > y$, и значение y в ином случае.

Оказывается, что забота не только о своем, но и о чужом выигрыше может хорошо сказаться на итогах инвестиционного проекта: в отличие от ситуации пункта **а)** (в котором $\alpha = \beta = 0$), девушки могут на нем заработать. Найдите ограничения на параметры α и β , при которых это произойдет.

Решение

б) Сначала преобразуем функции полезности, принимая во внимание, что

$$x_K = 100 - K + 1,6(K + M)/2,$$

$$x_M = 100 - M + 1,6(K + M)/2.$$

	Случай $M > K$	Случай $M \leq K$
Полезность Клары	$U_K = 100 + (\beta - 0,2)K - (\beta - 0,8)M$	$U_K = 100 - (\alpha + 0,2)K + (\alpha + 0,8)M$
Полезность Марфы	$U_M = 100 - (\alpha + 0,2)M + (\alpha + 0,8)K$	$U_M = 100 + (\beta - 0,2)M - (\beta - 0,8)K$

¹Fehr, E.; Schmidt, K.M. (1999). "A theory of fairness, competition, and cooperation". *The Quarterly Journal of Economics*. 114 (3): 817–68.

Для принятия решения о величине K Кларе необходимо учесть ответные действия Марфы, поэтому сначала определим их.

Докажем, что Марфа не будет вкладывать в проект больше, чем Клара. Допустим, что оптимальное M больше, чем выбранное Кларой K . Тогда полезность Марфы убывает по M , то есть уменьшение значения M выгодно для Марфы, а значит, изначально оно было неоптимальным. Действительно, снизив вклад, Марфа не только увеличивает денежный выигрыш x_M , но и уменьшает зависть.

Остается считать, что $M \in [0; K]$. В этом случае полезность Марфы может как возрастать, так и убывать по M , а также оставаться неизменной.

- Если $\beta > 0,2$, полезность возрастает и будет выбрано максимально возможное значение $M = K$, полезность будет равна $U_M = 100 + 0,6K$.
- Если $\beta < 0,2$, полезность убывает и будет выбрано минимально возможное значение $M = 0$, полезность будет равна $U_M = 100 - (\beta - 0,8)K > 100 + 0,6K$.
- Если $\beta = 0,2$, полезность Марфы не зависит от ее выбора и равна $U_M = 100 - (\beta - 0,8)K = 100 + 0,6K$. В этом случае Марфа выберет наибольшую сумму вложений, то есть $M = K$.

Сравнивая полезности, можно заключить, что Марфа выберет $M = K$ при $\beta \geq 0,2$ и $M = 0$ при $\beta < 0,2$.

Обратимся теперь к задаче Клары.

- Если $\beta \geq 0,2$, то какое бы K не было выбрано, ответом будет $M = K$. Полезность Клары в этом случае равна $U_K = 100 + 0,6K$. Эта функция возрастает по K , поэтому оптимально выбрать наибольшее значение $K = 100$ и получить полезность (и доход) $U_K = 160$ (полезность Марфы будет такой же).
- Если $\beta < 0,2$, Марфа выберет $M = 0$. Полезность Клары будет равна $U_M = 100 + (\beta - 0,2)K$. Эта функция убывает по K , так что оптимальное $K = 0$, а полезность (и доход) $U_K = 160$ (как и у Марфы).

Получается, что если Клара и Марфа достаточно сильно стыдятся несправедливости в свою сторону ($\beta \geq 0,2$), инвестиционный проект реализуется и принесет им максимально возможный доход. Если $\beta < 0,2$, то никто не будет ничего вкладывать в проект. От a (степени неприятия несправедливости в чужую сторону) ответ не зависит.

Схема оценивания

б) 1 балл ставится за идею о том, что сначала нужно найти оптимальный ответ Марфы на действия Клары, а уже потом выяснять, как поведет себя Клара (с учетом этого ответа). Если в начале решения есть такое указание, но впоследствии автор решения не следует этому пути (а, например, решает задачу как одновременную игру), балл не ставится.

1 балл ставится за обсуждение оптимального поведения Марфы для случая $M \geq K$.

2 балла ставится за обсуждения оптимального поведения Марфы для случая $M \geq K$, то есть вывод о том, как решение Марфы зависит от β (и указание на то, что оно не зависит от a).

2 балла ставится за обсуждения оптимального поведения Клары с учетом оптимального ответа Марфы, то есть вывод о том, как решение Марфы зависит от β (и указание на то, что оно не зависит от a).

Если в правильном в целом решении вообще не обсуждается зависимость ответа от a (то есть нигде нет указания на то, что ответ верен при любом a), то **снимается 1 балл**.

Примечание. За рассуждения о том, что полезность Клары и/или Марфы в случае инвестирования должна быть больше, чем в ином случае, как правило, баллы не ставятся (даже если они приводят к правильному ответу), поскольку это условие не является достаточным для нахождения ограничения на a и β : инвестирование не просто должно быть выгоднее, чем его отсутствие, но

еще и участники должны выбрать оптимальные для себя действия, причем именно с такими правилами игры, как описаны в задаче.