

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ. 2016–2017 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 5 КЛАСС

Задания, ответы и критерии оценивания

1. (7 баллов) Замените звёздочки цифрами так, чтобы равенство стало верным и все семь цифр были различными: $*** - ** = 23$.

Возможные ответы.

$$107 - 84 = 23$$

$$109 - 86 = 23$$

Дополнительных объяснений не требуется.

Критерии проверки.

- Приведён любой из возможных ответов — 7 баллов.
- Приведён ответ, в котором какие-то две цифры совпадают, — 2 балла.

2. (7 баллов) Петя в три раза старше Ани, а Аня на 8 лет младше Пети. Определите, сколько лет каждому. Ответ обоснуйте.

Ответ. Пете 12 лет, Ане 4 года.

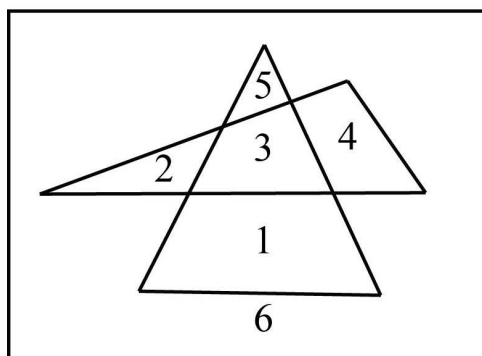
Решение. Возраст Пети в три раза больше возраста Ани. Это значит, что разница возрастов Пети и Ани составляет два возраста Ани, а по условию эта разница равна восьми годам. Значит, возраст Ани в два раза меньше: $8 : 2 = 4$ года. Петя в три раза старше, то есть ему $4 \times 3 = 12$ лет.

Возможно также решение с помощью уравнения.

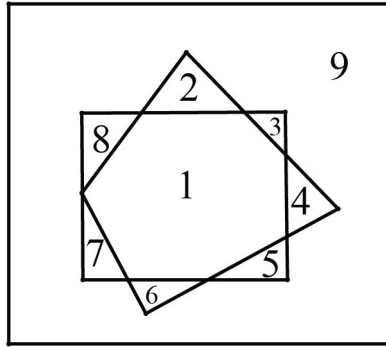
Критерии проверки.

- Любое верное и полное решение — 7 баллов.
- Решение, в котором рассмотрены некоторые конкретные варианты возраста, а верный ответ получен подбором, — 2 балла.
- Приведён верный ответ, и проверено, что он удовлетворяет условию задачи, — 2 балла.
- Только ответ — 1 балл.

3. (7 баллов) На рисунке два треугольника разделяют листок бумаги на 6 частей (шестая часть — это то, что останется на листе, если вырезать оба треугольника). Нарисуйте два четырёхугольника, которые разделяют лист бумаги на 9 частей. Пронумеруйте полученные части.



Ответ.



Пояснений не требуется.

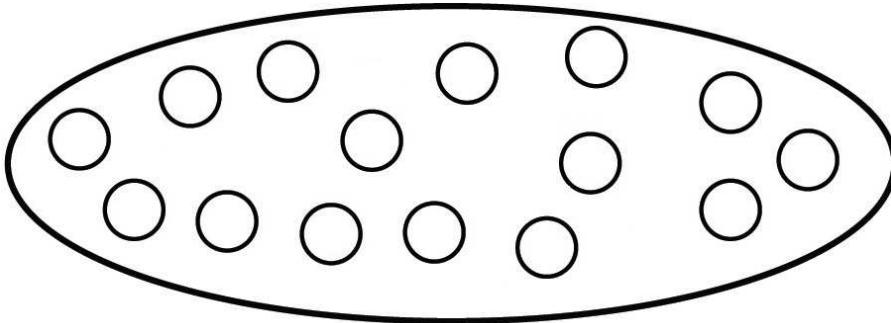
Критерии проверки.

- Любое верное решение — 7 баллов.
- Приведён верный чертёж, на котором отчётливо видно 9 частей, но части не пронумерованы — 5 баллов.

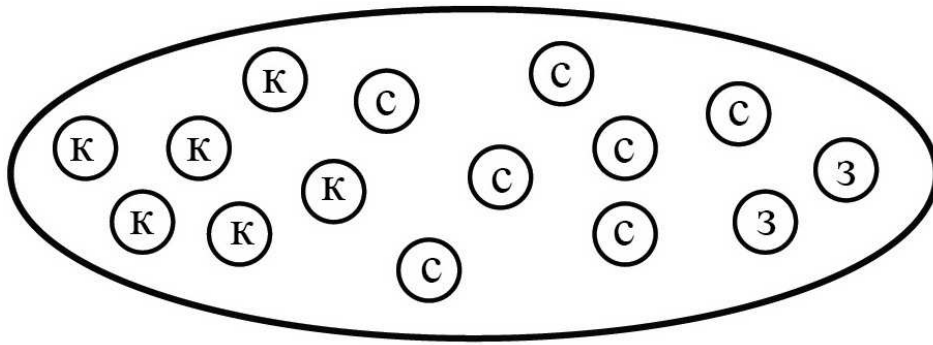
4. (7 баллов) В мешке лежат 15 шариков (см. рисунок). Раскрасьте каждый шарик в один из трёх цветов: синий, зелёный или красный — так, чтобы два утверждения были верны, а одно неверно:

- синих шариков на один больше, чем красных;
- красных и зелёных шариков поровну;
- синих шариков на 5 больше, чем зелёных.

Напишите подробно, как вы рассуждали.



Ответ.



7 синих шариков, 6 красных шариков, 2 зелёных шарика.

Решение. Докажем, что второе утверждение не может быть верным. Действительно, пусть верны первое и второе утверждения. Тогда если забрать один синий шарик, то шариков всех цветов должно остаться поровну.

Но $15 - 1 = 14$ шариков не делятся поровну на 3 цвета. Пусть теперь верны второе и третье утверждения. Тогда если забрать 5 синих шариков, то опять шариков всех цветов должно остаться поровну.

Но $15 - 5 = 10$ шариков не делятся поровну на 3 цвета.

Таким образом, могут оказаться верными только первое и третье утверждения.

Далее можно рассуждать по-разному.

Первый способ. Если в мешок положить 1 красный шарик, то синих и красных станет поровну, а если положить ещё и 5 зелёных, то количество шариков каждого цвета будет одинаковым, а именно будет по $(15 + 1 + 5) : 3 = 7$ шариков каждого цвета.

Теперь можно посчитать, сколько шариков каждого цвета было в мешке: 7 синих шариков, $7 - 1 = 6$ красных шариков и $7 - 5 = 2$ зелёных шарика.

Второй способ. Из верных утверждений 1 и 3 следует, что зелёных шариков на 4 меньше, чем красных. Уберём из мешка 5 синих шариков и 4 красных шарика, тогда количество шариков каждого цвета будет одинаковым, а именно будет по $(15 - 5 - 4) : 3 = 2$ шарика каждого цвета. Таким образом есть в мешке было 2 зелёных, 6 красных и 7 синих шариков.

Возможно также решение с помощью уравнения.

Критерии проверки.

- Любое верное и полное решение (выбраны верные утверждения, посчитано количество шариков каждого цвета, приведены объяснения) — 7 баллов.
- Указано, но не обосновано, какие утверждения верны, и на основании этого верно найдено количество шариков каждого цвета — 4 балла.
- Обоснованно выбраны верные утверждения, но количество шариков каждого цвета не найдено или найдено неверно — 3 балла.
- Сделан неполный перебор вариантов раскраски, и найден верный ответ — 1 балл.
- Приведён только ответ — 0 баллов.

5. (7 баллов) Четыре девочки поют песни, аккомпанируя друг другу. Каждый раз одна из них играет на фортепиано, а остальные три поют. Вечером они посчитали, что Аня спела 8 песен, Таня — 6 песен, Оля — 3 песни, а Катя — 7 песен. Сколько раз аккомпанировала Таня? Обоснуйте свой ответ.

Ответ. Два раза.

Решение. Если сложить указанные количества спетых песен, то каждая песня будет учтена 3 раза (от лица каждой из трёх поющих девочек). Таким образом, можно узнать, сколько всего песен было спето: $(8 + 6 + 3 + 7) : 3 = 8$. Известно, что Таня спела 6 из 8 песен, значит, аккомпанировала она $8 - 6 = 2$ раза.

Критерии проверки.

- Любое верное решение — 7 баллов.
- Верно найдено количество спетых песен, но ответ задачи не получен или получен неверно — 3 балла.
- Верный ответ получен путём неполного перебора — 1 балл.
- Приведён только ответ — 0 баллов.

Максимальный балл за все выполненные задания — 35.