

7 класс

Задача 1. Ахиллес и черепахи. Вдоль длинной дороги с постоянной скоростью на равных расстояниях друг от друга колонной ползут черепахи. Мимо стоящего Ахиллеса в минуту проползает $n_1 = 5$ черепах. Если Ахиллес побежит трусцой в сторону движения колонны, то он будет обгонять в минуту $n_2 = 45$ черепах, а если он поедет на велосипеде навстречу колонне, то в минуту ему будет встречаться $n_3 = 105$ черепах. Какое расстояние L успеет проползти черепаха за то время, за которое Ахиллес трусцой пробежит $S = 100$ м? Во сколько раз скорость Ахиллеса на велосипеде больше, чем при беге?

Возможное решение (Замятнин М.). Пусть расстояние между черепахами l , тогда при движении колонны мимо неподвижного Ахиллеса

$$\frac{l}{v} = t_1 = \frac{1}{n_1} \text{ мин};$$

при движении бегом

$$\frac{l}{u_1 - v} = t_2 = \frac{1}{n_2} \text{ мин};$$

при езде на велосипеде

$$\frac{l}{u_2 + v} = t_3 = \frac{1}{n_3} \text{ мин}.$$

Откуда $k = \frac{n_3 - n_1}{n_2 + n_1} = 2$, а $L = S \frac{n_1}{n_1 + n_2} = 10$ м.

Возможное решение 2 (Парфенов К.). Черепах можно считать по-разному. Наиболее естественный вариант – начинать отсчет от первой встретившейся и считать последнюю проползшую мимо спустя минуту, то есть между 1-й и 5-й проходят 4 черепахи. Тогда записанные выше уравнения приобретают вид: $\frac{l}{v} = t_1 = \frac{1}{n_1 - 1}$ мин., $\frac{l}{u_1 - v} = t_2 = \frac{1}{n_2 - 1}$

мин., $\frac{l}{u_1 + v} = t_3 = \frac{1}{n_3 - 1}$ мин. Тогда $k = \frac{25}{13} \approx 1,92$ и $L = \frac{25}{3} \approx 8,33$ м.

Поэтому в общем случае $\frac{25}{13} \leq k \leq 2$ и $\frac{25}{3} \leq L \leq 10$ м.

Критерии оценивания

- | | |
|---|----------------|
| 1) Уравнения для движения черепах мимо неподвижного Ахиллеса | 2 балла |
| 2) Уравнение для бегущего Ахиллеса | 2 балла |
| 3) Уравнение для Ахиллеса, едущего на велосипеде | 2 балла |
| 4) Выражение и численный ответ для пройденного черепахой расстояния | 2 балла |
| 5) Выражение и численный ответ для отношения скоростей | 2 балла |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

Задача 2. Из Парижа в Версаль. Во время Великой французской революции декретом конвента было введено «Десятичное время». Сутки от полуночи до полуночи делились на 10 десятичных часов, час на 100 десятичных минут, а минута на 100 десятичных секунд. Таким образом, полночь приходилась на 0:00:00, полдень — на 5:00:00 и т. п.

Однажды курьер отправился из Парижа в Версаль, между которыми расстояние 5,2 лье, когда его новые десятичные часы показывали 3:56:78. Доставив важное донесение, он вернулся в Париж в 6:79:40. Определите среднюю скорость v_{cp} курьера. Ответ выразите в привычных нам км/ч. *Примечание:* 1 лье равен 4 км.

Возможное решение (М. Замятнин). В десятичном времени путешествие длилось $67940 - 35678 = 32262$ дес. секунд. По условию 50000 дес. секунд = 12 час. Следовательно, 32262 дес. секунд = 7,743 ч. Расстояние от Парижа до Версаля и обратно равно $2 \cdot 5,2 \cdot 4$ км = 41,6 км. Откуда $v_{\text{cp}} = 5,37 \approx 5,4$ км/ч.

Критерии оценивания

- | | |
|--|----------------|
| 1) Найдена длительность путешествия в десятичном времени | 2 балла |
| 2) Перевод времени движения в привычные часы (привычное время) | 4 балла |
| 3) Перевод пути из лье в километры | 2 балла |
| 4) Определена средняя скорость | 2 балла |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

Задача 3. Среднее через среднее. На графике (рис. 1) представлена зависимость средней скорости машины от пройденного пути. Определите среднюю скорость машины на участке, где она разгонялась.

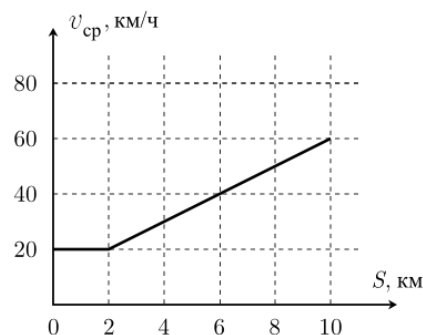


Рис. 1

Возможное решение (Михайлов З.). Из графика следует, что разгон машины происходил на участке между 2-м и 10-м километром. Движение с постоянной или уменьшающейся скоростью, привело бы к уменьшению угла наклона графика средней скорости.

Время, за которое было пройдено некоторое расстояние s равно отношению этого расстояния к средней скорости, достигнутой к данному моменту времени $t = s / v_{\text{ср}}$.

По графику находим, что до 2-го километра машина ехала $2 \text{ км} / (20 \text{ км/ч}) = 0,1 \text{ ч} = 6 \text{ мин}$, а 10-го километра машина достигла через $10 \text{ км} / (60 \text{ км/ч}) = 10 \text{ мин}$ после начала движения.

Следовательно, время разгона составляло $4 \text{ мин} = (1/15) \text{ ч}$. Средняя скорость на этапе разгона равна $v_{\text{ср}} = 8 \text{ км} / (1/15) \text{ ч} = 120 \text{ км/ч}$.

Критерии оценивания

- | | |
|---|----------------|
| 1) Определен участок, на котором машина разгонялась | 2 балла |
| 2) Формула для времени движения через путь и среднюю скорость | 1 балл |
| 3) Найдено время движения до начала разгона | 2 балла |
| 4) Найдено время движения до окончания разгона | 2 балла |
| 5) Найдена средняя скорость на этапе разгона | 3 балла |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

Задача 4. Поплавок. Из листа жести толщиной $d = 1,0$ мм сварили пустой внутри герметичный поплавок в форме куба со стороной $a = 90$ см и квадратными сквозными отверстиями со стороной $b = 30$ см. Определите массу и среднюю плотность поплавка. Плотность жести $\rho = 7\,800$ кг/м³. Плотностью воздуха внутри поплавка можно пренебречь.

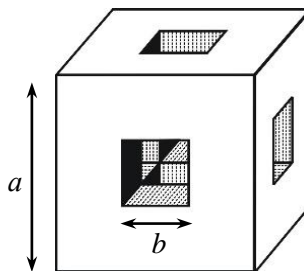


Рис. 2

Примечание. При вычислении средней плотности считайте, что объем поплавка равен объему вытесненной им жидкости при полном погружении тела в эту жидкость.

Возможное решение (Михайлов З.). Масса m_1 жестяного квадрата со стороной b равна $m_b = b^2 d \rho = 0,702$ кг. Каждая из 6 сторон куба состоит из 12 таких квадратов (8 снаружи и 4 в отверстиях). Следовательно, масса всего куба $M = 6 \cdot 12 \cdot m_b = 50,544$ кг.

Объем V поплавка, с учетом вырезанных полостей, $V = 27b^3 - 7b^3 = 20b^3 = 0,54$ м³.

Средняя плотность поплавка $\rho_{\text{ср}} = \frac{M}{V} = 93,6$ кг/м³.

Критерии оценивания

- | | |
|---|----------------|
| 1) Определена площадь поверхности куба | 2 балла |
| 2) Формула связи массы, плотности и объема куба | 1 балл |
| 3) Определена масса куба | 3 балла |
| 4) Найден объем поплавка | 2 балла |
| 5) Рассчитана средняя плотность | 2 балла |

Решение (2). Сначала найдем массу поплавка. Он состоит из 6 «внешних» пластин массой

$$6m_a = 6(a^2 - b^2)d\rho = 33,7 \text{ кг.}$$

и 24 «внутренних» частей массой $24m_b = 24b^2 d \rho = 16,85$ кг.

Масса всего поплавка $M = 6m_a + 24m_b = 50,544$ кг.

Объем поплавка $V = a^3 - 7b^3 = 0,54$ м³.

Средняя плотность поплавка равна его массе, деленной на объем пространства, который он занимает:

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{M}{V} = 93,6 \text{ кг/м}^3.$$

Критерии оценивания

- | | |
|--|----------------|
| 1) Рассчитан объем или масса одной «внешней» пластины | 2 балла |
| 2) Рассчитан объем или масса одной малой «внутренней» пластины | 2 балла |
| 3) Рассчитана масса M поплавка | 1 балл |
| 4) Рассчитан объем V всего поплавка | 3 балла |

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

5) Найдено численное значение средней плотности ρ_{cp}

2 балла

18 января, на портале <http://abit.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abit.net/vseros>