

## 10 класс

### Первый день

- 10.1. На координатной плоскости нарисованы графики двух приведённых квадратных трёхчленов и две непараллельные прямые  $\ell_1$  и  $\ell_2$ . Известно, что отрезки, высекаемые графиками на  $\ell_1$ , равны, и отрезки, высекаемые графиками на  $\ell_2$ , также равны. Докажите, что графики трёхчленов совпадают.
- 10.2. Остроугольный равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AB = AC$ ) вписан в окружность с центром в точке  $O$ . Лучи  $BO$  и  $CO$  пересекают стороны  $AC$  и  $AB$  в точках  $B'$  и  $C'$  соответственно. Через точку  $C'$  проведена прямая  $\ell$ , параллельная прямой  $AC$ . Докажите, что прямая  $\ell$  касается окружности, описанной около треугольника  $B'OC$ .
- 10.3. Изначально на столе лежат три кучки из 100, 101 и 102 камней соответственно. Илья и Костя играют в следующую игру. За один ход каждый из них может взять себе один камень из любой кучки, кроме той, из которой он брал камень на своём предыдущем ходе (на своём первом ходе каждый игрок может брать камень из любой кучки). Ходы игроки делают по очереди, начинает Илья. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник?
- 10.4. На доске выписаны в ряд  $n$  положительных чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Вася хочет выписать под каждым числом  $a_i$  число  $b_i \geq a_i$  так, чтобы для любых двух из чисел  $b_1, b_2, \dots, b_n$  отношение одного из них к другому было целым. Докажите, что Вася может выписать требуемые числа так, чтобы выполнялось неравенство  $b_1 b_2 \dots b_n \leq 2^{(n-1)/2} a_1 a_2 \dots a_n$ .