

# XXIV Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

Смоленск, 2017 г.

## Практический тур

### IX.1 НАД ПОВЕРХНОСТЬЮ МАРСА

О.С. Угольников

**Условие.** Орбитальная станция обращается вокруг Марса по экваториальной орбите с выключенными двигателями и каждые полчаса фотографирует поверхность планеты точно под собой (в надире). В таблице приведены моменты съемки по бортовым часам аппарата (Всемирное время на Земле) и марсианская долгота центра кадра. Определите наибольшее и наименьшее расстояние аппарата от центра Марса.

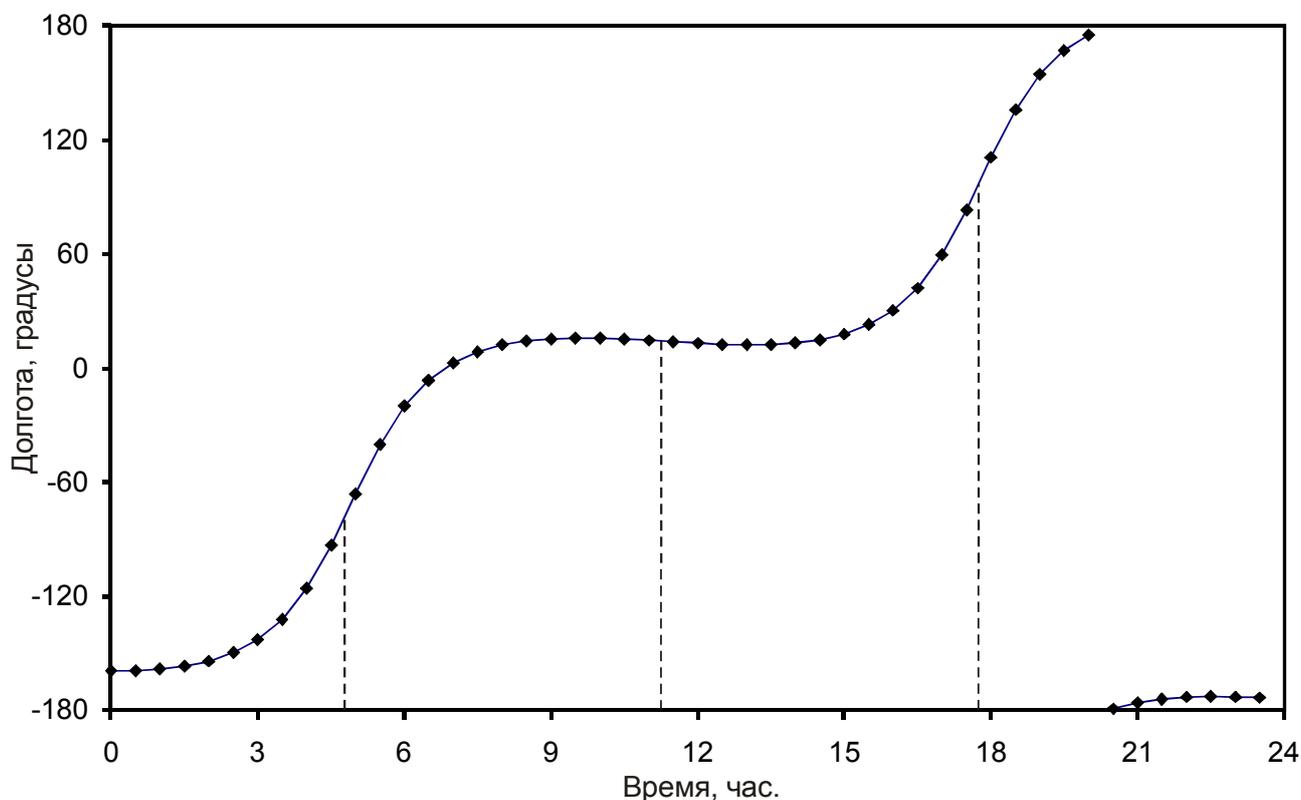
Час (UT)	Долгота						
0.0	-159.09	6.0	-20.01	12.0	13.14	18.0	110.98
0.5	-159.03	6.5	-6.32	12.5	12.57	18.5	135.99
1.0	-158.38	7.0	2.71	13.0	12.29	19.0	154.60
1.5	-156.88	7.5	8.53	13.5	12.45	19.5	167.22
2.0	-154.17	8.0	12.19	14.0	13.25	20.0	175.50
2.5	-149.73	8.5	14.36	14.5	14.96	20.5	-179.18
3.0	-142.76	9.0	15.48	15.0	17.97	21.0	-175.87
3.5	-132.05	9.5	15.86	15.5	22.84	21.5	-173.94
4.0	-115.98	10.0	15.73	16.0	30.45	22.0	-172.99
4.5	-93.33	10.5	15.27	16.5	42.10	22.5	-172.73
5.0	-65.98	11.0	14.60	17.0	59.45	23.0	-172.94
5.5	-39.98	11.5	13.85	17.5	83.35	23.5	-173.45

**Решение.** Съемка поверхности Марса производится с интервалом в 30 минут. Для начала мы должны отметить, что этот интервал времени существенно меньше орбитального периода аппарата. Действительно, даже если не учитывать наличие у Марса атмосферы, минимальное время облета Марса составляет

$$T_M = \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{GM}} \sim 1.7 \text{ ч.}$$

Следовательно, мы можем не рассматривать варианты совершения спутником целого оборота за время между двумя последовательными актами съемки. Приведенные в таблице данные можно анализировать напрямую, можно представить их в виде графика. Мы видим,

что большую часть времени долгота точки Марса под спутником меняется медленно, но в некоторые периоды начинает быстро возрастать. Из этого можно сделать вывод, что спутник обращается по эллиптической орбите в ту же сторону, что и вращение Марса вокруг своей оси. Большую часть времени угловая скорость спутника сравнима с угловой скоростью Марса, и он даже может отставать от планеты, смещаясь над ее поверхностью на запад. Вблизи периария угловая скорость спутника заметно увеличивается, и он начинает обгонять осевое вращение Марса.



По приведенным данным можно оценить моменты прохождения периария, во время которых рост долготы происходил максимально быстро. Эти моменты соответствуют 4.75ч и 17.75ч. Из этого мы получаем величину орбитального периода  $T$ : 13.0 часов. Из III закона Кеплера определяем величину большой полуоси орбиты аппарата:

$$a = \left( \frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} = 13300 \text{ км.}$$

Эксцентриситет орбиты Марса, а вместе с ним и наибольшее и наименьшее расстояние проще всего найти, определив угловые скорости аппарата в периастрии и апоастрии. Взяв найденные интервалы, соответствующие периастрию (4.5-5.0 часов и 17.5-18.0 часов), мы видим, что долгота точки съемки меняется на  $27.5^\circ$ , то есть ее изменение  $\Delta\lambda_p$  составляет  $55.0^\circ$  в час. Момент апоария соответствует середине временного отрезка между периариями, то есть времени 11.25 часов. Взяв интервал (11.0-11.5 час), мы видим, что долгота уменьшается на  $0.75^\circ$ , изменение  $\Delta\lambda_a$  есть  $-1.5^\circ$  в час. Чтобы определить сами угловые скорости, нужно учесть осевое вращение Марса с периодом  $S$  (24.623 часа).

$$\omega_p = \frac{360^\circ}{S} + \Delta\lambda_p = 69.6^\circ/\text{ч.}$$

$$\omega_A = \frac{360^\circ}{S} + \Delta\lambda_A = 13.1^\circ/\text{ч.}$$

Из II закона Кеплера мы знаем, что

$$\frac{\omega_P}{\omega_A} = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^2.$$

Из этого мы получаем

$$\frac{1+e}{1-e} = 2.3; \quad e \approx 0.4.$$

Минимальное и максимальное расстояние аппарата от центра Марса равны

$$d_{\text{MIN}} = a(1-e) \sim 8.0 \text{ тыс.км}; \quad d_{\text{MAX}} = a(1+e) \sim 18.6 \text{ тыс.км.}$$

**Система оценивания (от одного члена жюри).** Для решения задачи необходимо правильно интерпретировать представленные в таблице данные, и получить из них величины большой полуоси и эксцентриситета орбиты космического аппарата.

**1 этап: 1 балл.**

Обоснование, что варианты совершения аппаратом целого оборота в период между съемками можно не рассматривать.

**2 этап: 2 балла.**

Правильное определение орбитального периода аппарата (возможна погрешность до 0.5 часа).

**3 этап: 1 балл.**

Определение величины большой полуоси орбиты аппарата.

**4 этап: 4 балла.**

Определение соотношения угловых скоростей аппарата в периапии и апоапии с учетом вращения самой планеты.

**5 этап: 2 балла.**

Вычисление эксцентриситета орбиты аппарата.

**6 этап: 2 балла.**

Определение максимального и минимального расстояния аппарата от центра Марса (по 1 баллу).

**Возможный вариант решения:** Участники олимпиады могут вычислить угловую скорость только в одной точке орбиты (например, в периапии) и из этого вычислять эксцентриситет. Этот способ существенно более сложный (сводится к кубическому уравнению), но при условии правильности выполнения он также оценивается полностью: 4 балла за вычисление угловой скорости (4 этап), 2 балла за вычисление эксцентриситета (5 этап), 2 балла за ответ (6 этап).

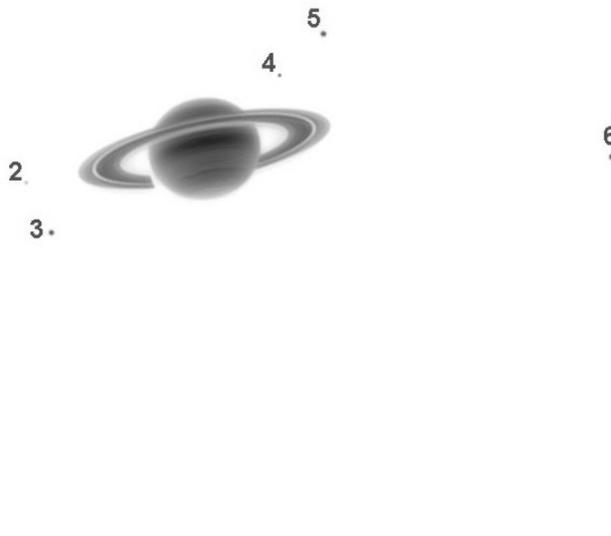
**Возможная ошибка при решении:** При вычислении угловой скорости аппарата может не учитываться осевое вращение Марса. В этом случае вне зависимости от результата, четвертый, пятый и шестой этапы решения не оцениваются, и суммарная оценка не превышает 4 баллов.

# IX.2 САТУРН СО СВИТОЙ

А.Н. Акинъщиков

**Условие.** Перед Вами фотография Сатурна и некоторых его спутников (негатив), сделанная с Земли (автор – Рафаэль Дефавари). Используя наиболее точный, по Вашему мнению, метод, идентифицируйте спутники на фотографии. Укажите, какой из всех изображенных спутников в момент съемки находился ближе всех к Земле. Считайте, что все кольца и все спутники находятся в одной плоскости, орбиты спутников круговые. Данные о наиболее крупных спутниках Сатурна приведены в таблице.

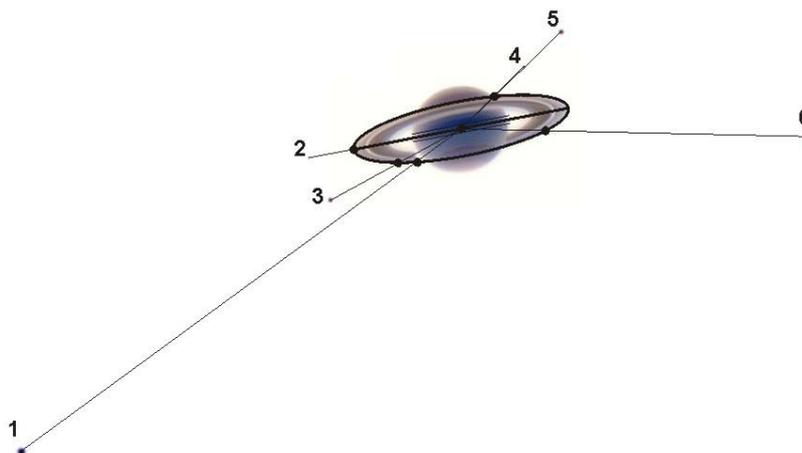
Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альbedo	Видимая звездная величина
Мимас	$3.75 \cdot 10^{19}$	390	1.15	185590	0.942421	0.5	~11
Энцелад	$1.08 \cdot 10^{20}$	250	1.61	237950	1.370218	0.99	~11
Тетия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.2	~11.0



**Решение.** Проще всего было бы отождествить спутники Сатурна по их видимой яркости, однако некоторые из них схожи по этому параметру. Кроме этого, яркость может неточно передаваться на фотографии. Правильней определить спутники по их положению относительно Сатурна. Хотя мы видим их в плоскости рисунка и изначально не знаем их текущего положения на орбите, мы можем определить их пространственное расстояние от Сатурна.

Учтем, что все спутники находятся на своих круговых орбитах в той же плоскости, что и кольца Сатурна. Кольца Сатурна также круглые и видны на фото как эллипс из-за эффекта проекции. Следовательно, все орбиты спутников будут иметь форму эллипсов,

подобных эллипсу кольца. Мы можем определить радиус орбиты спутника  $R_i$  по отношению к внешнему радиусу кольца  $R_R$ , соединив спутник с центром Сатурна и отметив точку, где эта линия пересечет внешнюю границу кольца.



В таблице приведены отношения  $R_i/R_R$  для всех шести спутников. Далее мы можем вычислить отношение радиуса кольца к экваториальному радиусу Сатурна  $R_R/R_0$ , измерив большие полуоси соответствующих эллипсов (отношение около 2.1). Наконец, перемножив эти две величины и радиус Сатурна  $R_0$ , мы получаем пространственные расстояния спутников от центра Сатурна  $R_i$ . Вследствие ошибок измерений они отличаются от табличных, но отождествить спутники можно.

№	$R_i/R_R$	$R_i/R_0$	$R_i/10^5$ км	Спутник
1	10.2	21.3	12.9	Титан
2	1.4	2.9	1.8	Мимас
3	2.0	4.3	2.6	Тефия
4	1.9	4.0	2.4	Энцелад
5	3.1	6.4	3.9	Диона
6	4.1	8.6	5.2	Рея

Нам остается ответить на вопрос, какой из спутников ближе всех к Земле. По виду кольца и его тени можно сделать вывод, что верхние части эллипсов находятся в пространстве ближе к нам. Поэтому самым близким оказывается спутник 5 – Диона, расположенный выше всех на фотографии.

### Система оценивания (от одного члена жюри).

#### 1 этап: 4 балла.

Правильное построение метода и вычисление расстояний от спутников до центра Сатурна, на основе точек пересечения направлений на спутники с кольцом. Участники не обязаны использовать внешний край кольца, хотя это наиболее точный метод.

#### 2 этап: 6 баллов.

Отождествление спутников Сатурна, по 1 баллу за каждый спутник.

#### 3 этап: 2 балла.

Определение ближайшего к Земле спутника, при наличии верного обоснования.

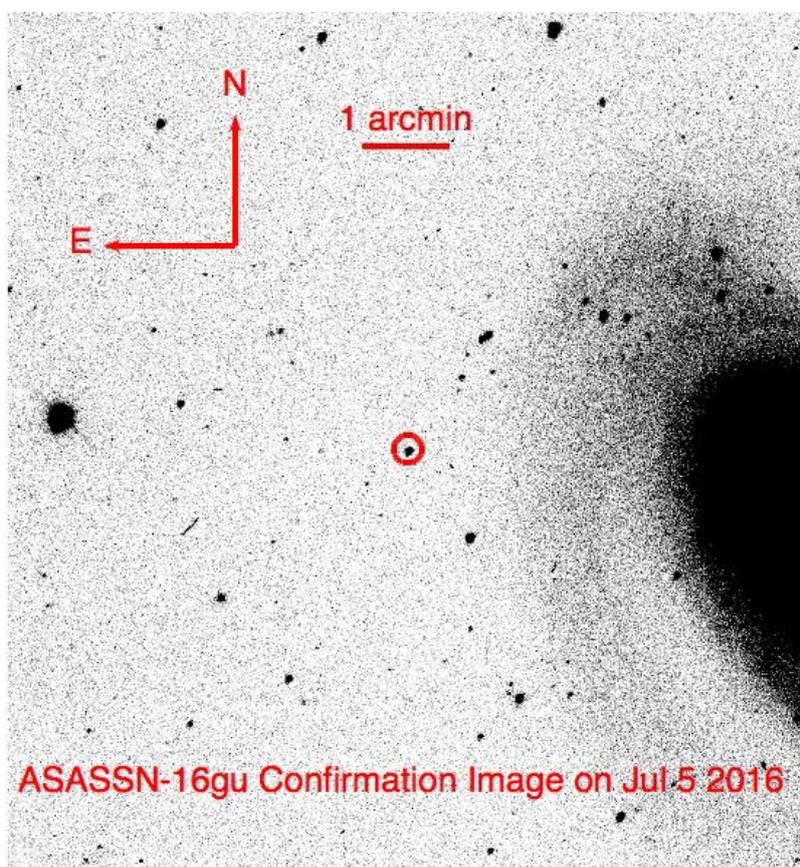
**Возможная ошибка при решении:** спутники отождествляются, исходя из их яркости или распределения в картинной плоскости. В этом случае за первый этап решения выставляется не более 1 балла.

## IX.3 «СВЕРХНОВАЯ» МАКЕМАКЕ

Е.Н. Фадеев



**Условие.** Астрономы из команды ASAS-SN, патрулирующие небо в поисках сверхновых звезд, обнаружили на снимке 5 июля 2016 года объект, которого не было на снимке от 26 июня 2016 года. В первом сообщении было объявлено, что найдена новая сверхновая в далекой галактике NGC 4725, но позже оказалось, что обнаруженный объект – это карликовая планета Макемаке. По предоставленной фотографии определите, за сколько дней до обнаружения Макемаке появилась в кадре? Считать, что во время наблюдений Макемаке была в противостоянии с Солнцем на расстоянии 51 а.е. от Земли.



**3. Решение.** Макемаке – далекий объект Солнечной системы. Как видно по расстоянию от Земли, скорость орбитального вращения Макемаке в 7 с лишним раз меньше, чем у Земли (в реальности, она еще меньше, так как сейчас Макемаке располагается близ афелия своей орбиты). Если карликовая планета находится в противостоянии, то Земля движется примерно перпендикулярно направлению на нее. Угловая скорость движения Макемаке по небу будет определяться, прежде всего, движением Земли (скорость  $v_0$ ) и составит

$$\omega = v_0/L = 0.02^\circ \text{ в день.}$$

Здесь  $L$  – расстояние от Земли до Макемаке. На снимке 5 июля она находилась в центре кадра, в  $4.5'$  или  $(1/13)^\circ$  от края. Такое угловое расстояние она пройдет примерно за 4 дня.

Так как Макемаке вступила в противостояние вблизи летнего солнцестояния, то за счет движения Земли она движется по небу попятным движением параллельно экватору, вдоль горизонтальной оси кадра. Собственная пространственная скорость Макемаке существенно меньше и на картину влияет мало.

### **Система оценивания (от одного члена жюри).**

#### **1 этап: 6 баллов.**

Оценка угловой скорости Макемаке по небу. Ее можно проводить, считая саму планету неподвижной в пространстве (движение по небу только за счет орбитального движения Земли), можно попытаться учесть и движение самой Макемаке, сделав предположение о характере ее орбиты.

#### **2 этап: 3 балла.**

Определение размера поля зрения кадра.

#### **3 этап: 3 балла.**

Вычисление времени нахождения Макемаке в кадре. Если участник не учитывает, что Макемаке дошла только до середины кадра, и получает вдвое больший ответ – оценка уменьшается на 2 балла.

**Возможная ошибка при решении:** угловая скорость Макемаке по небу приравнивается к ее гелиоцентрической орбитальной угловой скорости (не учитывается движение Земли), которая меньше примерно в 7 раз. В этом случае за 1 этап выставляется 2 балла вместо 6 и 0 балл из 3 за третий этап, так как получающийся в этом случае ответ противоречит условию задачи, Макемаке наблюдалась бы в кадре 26 июня. Итоговая оценка не может превышать 5 баллов.

**Возможная ошибка при решении:** предположение, что Макемаке движется по кадру по диагонали с итоговым ответом 6 дней. Это не соответствует действительности, так как движение Макемаке в противостоянии не может образовывать большой угол с эклиптической. В этом случае не засчитывается третий этап решения задачи, и общая оценка не превышает 9 баллов. Учет наклона экватора к эклиптике ( $23.5^\circ$ ) увеличивает ответ менее, чем на сутки, и на оценку не влияет.