

## Решения и критерии оценивания

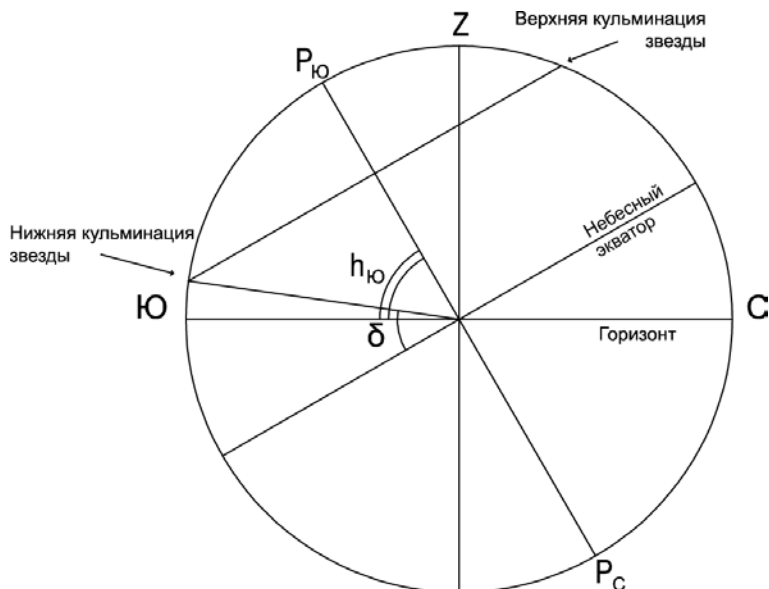
### Задача 1. Склонения звёзд

В астрономии для определения координат на небе используют прямое восхождение (аналог географической долготы) и склонение (аналог широты). Величина склонения меняется от  $-90$  (южный полюс мира) до  $+90$  градусов (северный полюс мира). Три ярчайшие для невооружённого глаза звезды ночного неба имеют следующие склонения:

Звезда	Склонение
Сириус	$-17^\circ$
Канопус	$-53^\circ$
Толиман	$-61^\circ$

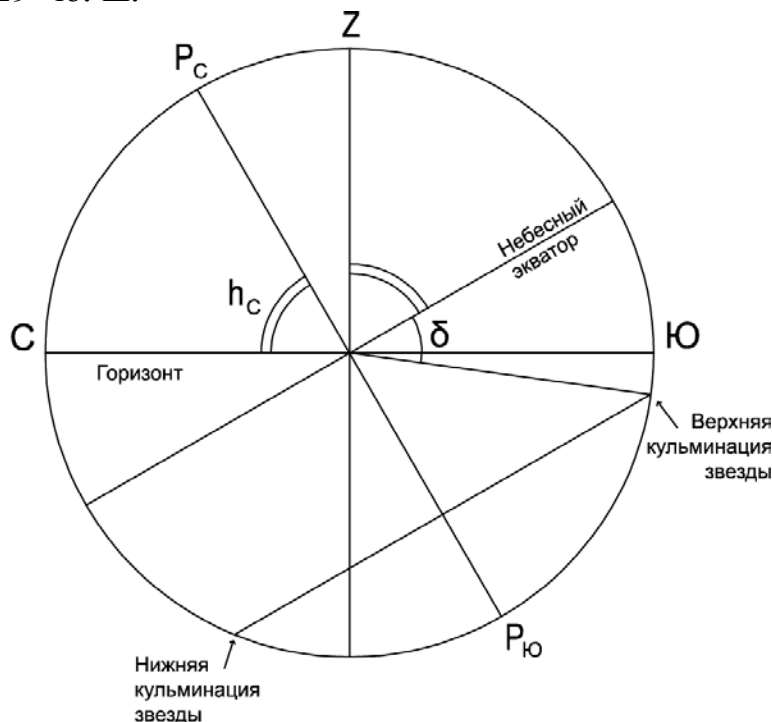
Определите для каждой из звёзд, на каких широтах Земли они остаются всегда выше и всегда ниже линии горизонта, то есть являются незаходящими и невосходящими светилами соответственно.

### Решение



Высота северного полюса мира над горизонтом равна широте места наблюдения ( $h_{с} = \varphi$ ). Высота южного равна широте, взятой с противоположным знаком ( $h_{ю} = -\varphi$ ). Если угловое расстояние от ближайшего полюса мира до звезды (величина  $90^\circ - |\delta|$ ) меньше его высоты, такая звезда будет незаходящей. Все три звезды находятся в южном полушарии, так что нас интересует южный

полюс мира ( $\delta = -90^\circ$ ).  $\delta - (-90^\circ) < h_{\text{Ю}} \Rightarrow \delta - (-90^\circ) < -\varphi \Rightarrow \delta + 90^\circ + \varphi < 0 \Rightarrow \Rightarrow \varphi < -\delta - 90^\circ$ . Подставляя значения  $\delta$  для каждой звезды, получаем для Сириуса  $\varphi < -73^\circ$ , для Канопуса  $\varphi < -37^\circ$ , для Толимана  $\varphi < -29^\circ$ . Иными словами, Сириус не заходит южнее  $73^\circ$  ю. ш., Канопус южнее  $37^\circ$  ю. ш., Толиман южнее  $29^\circ$  ю. ш.



Звёзды южного полушария могут быть невосходящими при наблюдении из северного полушария. Высота светил в верхней кульминации составляет  $h = 90^\circ - \varphi + \delta$ , если высота отрицательна, светила всегда остаются под горизонтом.  $90^\circ - \varphi + \delta < 0^\circ$ ,  $\varphi > 90 + \delta$ .

Таким образом, Сириус является невосходящим на широтах севернее  $\varphi > 73^\circ$  с. ш., для Канопуса  $\varphi > 37^\circ$  с. ш., для Толимана  $\varphi > 29^\circ$  с. ш. Обратите внимание, что области являются симметричными; если в одном полушарии звезда является незаходящей на данных широтах, то в другом полушарии она не восходит на тех же по модулю широтах.

К решению данной задачи возможны различные подходы. Верная формулировка критериев, при которых звезда становится невосходящей/незаходящей оценивается в **2 балла** (суммарно **4**). Ещё по **2 балла** (суммарно **4**) добавляется, если проведены верные расчёты незаходимости /невосходимости для всех трёх звёзд. При наличии арифметических ошибок хотя бы для одной звезды соответствующая оценка снижается до **1 балла из 2**.

*Максимум за задачу – 8 баллов.*

## Задача 2. Лампа и Солнце

На каком расстоянии от наблюдателя освещённость от Солнца будет такой же, как от лампы мощностью 100 Ватт на расстоянии в 1 метр? Сравните с расстоянием от Солнца до Земли (150 млн км). Считайте, что половина излучения Солнца приходится на видимый диапазон (КПД – 50%), а КПД лампы – 10%. Полная светимость Солнца составляет  $4 \cdot 10^{26}$  Вт.

### Решение

Освещённость обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света. Приравниваем освещённость от Солнца и лампы:

$$\frac{\eta_{\text{Солнце}} \cdot L_{\text{Солнце}}}{r_{\text{Солнце}}^2} = \frac{\eta_{\text{Лампа}} \cdot L_{\text{Лампа}}}{r_{\text{Лампа}}^2}$$

Таким образом, искомое расстояние равно

$$r_{\text{Солнце}} = \sqrt{\frac{\eta_{\text{Солнце}} \cdot L_{\text{Солнце}} \cdot r_{\text{Лампа}}^2}{\eta_{\text{Лампа}} \cdot L_{\text{Лампа}}}} = \sqrt{\frac{0,5 \cdot 4 \cdot 10^{26}}{0,1 \cdot 100}} = 4,47 \cdot 10^{12} \text{ метров,}$$

что составляет примерно 30 расстояний между Солнцем и Землёй (астрономических единиц).

Верный расчёт оценивается в **7 баллов**, ещё **1 балл** ставится за сравнение с расстоянием Земля-Солнце. За неверный учёт (или игнорирование) КПД оценка снижается на **2 балла**. Угаданный ответ, с отсутствующим или грубо неверным решением, оценивается в **1 балл**. При использовании показателя степени при расчёте освещённости, отличного от квадрата, оценка не превышает **2 балла**.

*Максимум за задачу – 8 баллов.*

## Задача 3. Мобильный телефон

Пусть разрешение матрицы камеры мобильного телефона составляет 16 Мп (16 миллионов пикселей), размер светочувствительного сенсора –  $5,5 \times 4,1$  мм. Фокусное расстояние камеры составляет 4 мм, диаметр объектива – 1,9 мм. Определите, сколько пикселей займёт изображение Луны на снимке мобильного телефона. Считайте, что светочувствительные элементы (пиксели) имеют квадратную форму и расположены вплотную друг к другу. Угловой диаметр Луны равен  $0,5^\circ$ .

### Решение

Прежде всего определим линейный размер изображения Луны на матрице телефона. Считаем, что матрица находится в фокальной плоскости камеры. Угловой размер Луны следует предварительно перевести из градусов в радианы,  $\alpha = 0,5^\circ = \frac{0,5}{180/\pi} \sim 8,73 \cdot 10^{-3}$  радиан. Диаметр изображения Луны равен

$$d = F \tan \alpha \sim F\alpha = 4 \cdot 8,73 \cdot 10^{-3} \text{ радиан} \sim 0,035 \text{ мм. (1 балл)}$$

Соответственно, площадь изображения составит

$$S = \pi d^2 / 4 = 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ мм}^2. \text{ (1 балл)}$$

Теперь определим площадь одного светочувствительного элемента матрицы (пикселя). Для этого разделим площадь камеры на общее число пикселей.

$$a = \frac{5,5 \cdot 4,1}{16 \cdot 10^6} \sim 1,41 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^2. \text{ (2 балла)}$$

Наконец, разделим площадь изображения Луны на площадь пикселя и получим ответ:

$$N = \frac{9,6 \cdot 10^{-4} \text{ мм}^2}{1,41 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^2} \sim 680 \text{ пикселей. (4 балла)}$$

Полностью правильное решение оценивается в **8 баллов**. Возможно множество подходов к решению данной задачи. Ответ может несколько отличаться из-за различного округления. Если школьник верно выразит диаметр Луны в пикселях (около 30), но не её площадь, решение рекомендуется оценивать не более чем в **5 баллов**.

*Максимум за задачу – 8 баллов.*

### Задача 4. Экзопланеты

Вокруг звезды в созвездии Столовая Гора ( $\alpha = 5 \text{ ч } 45 \text{ м}$ ,  $\delta = -70^\circ$ ) по эллиптическим орбитам вращаются три планеты (назовём их А, Б и В). Некоторые параметры этих орбит приведены в таблице.

Параметр	Планета А	Планета Б	Планета В
Период обращения, земные сутки	5,64	14,03	?
Большая полуось, а. е.	?	0,0954	0,172
Эксцентриситет	0,2	0,11	0,2

Определите период планеты В и большую полуось планеты А.

### **Решение**

Период обращения планеты и большая полуось её орбиты связаны соотношением, известным как 3-й закон Кеплера:

$$\frac{a_A^3}{T_A^2} = \frac{a_B^3}{T_B^2} = \frac{a_B^3}{T_B^2} = \text{const.}$$

Обратите внимание, что эксцентриситет в данное соотношение не входит. Таким образом, большая полуось планеты А равна

$$a_A = \sqrt[3]{\frac{T_A^2 \cdot a_B^3}{T_B^2}} = \sqrt[3]{\frac{5,64^2 \cdot 0,0954^3}{14,03^2}} \approx 0,052 \text{ а. е.}$$

Период планеты В равен  $T_B = \sqrt{\frac{T_B^2 \cdot a_B^3}{a_B^3}} = \sqrt{\frac{T_B^2 \cdot a_B^3}{a_B^3}} = \sqrt{\frac{14,03^2 \cdot 0,172^3}{0,0954^3}} \approx 34$  суток

Верная запись 3-го закона Кеплера оценивается в **2 балла**, верные расчёты – в **3 балла** для каждой планеты. За верные решения, не использующие закон Кеплера, работа также оценивается максимально, т. е. в **8 баллов**.

*Максимум за задачу – 8 баллов.*

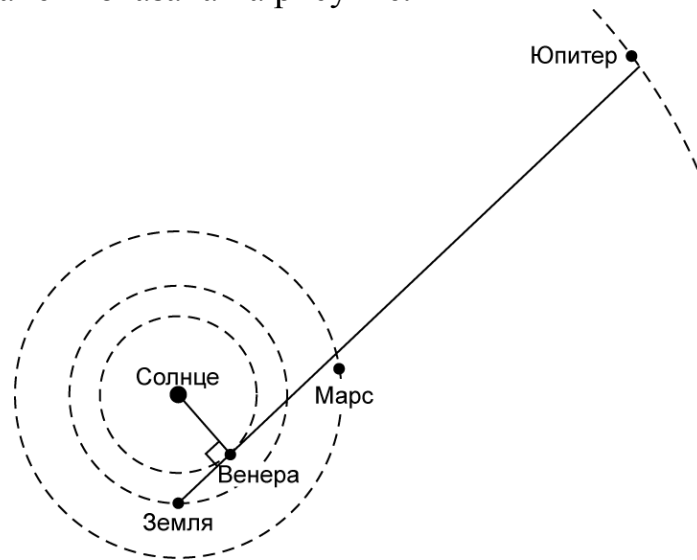
### **Задача 5. Соединение планет**

26 октября Венера находилась в наибольшей западной элонгации, то есть в этот день угловое расстояние между Солнцем и Венерой достигло максимального значения в  $46^\circ$ . На угловом расстоянии в  $1^\circ$  от Венеры в тот день находилась планета Юпитер, а в  $3,5^\circ$  – Марс.

1. Расположите три планеты (Венера, Марс, Юпитер) в порядке увеличения расстояния от Земли в этот день, от самой близкой до самой далёкой.
2. Расположите три планеты в порядке убывания их яркости на нашем небе в этот день, от самой яркой до самой тусклой.
3. Расположите три планеты в порядке убывания их углового размера на небе в этот день, от самой большой до самой маленькой.
4. Определите фазу Венеры и Юпитера.

### Решение

Конфигурация планет показана на рисунке.



Расстояния до планет следуют из него явным образом, для определения блесков и угловых размеров потребуются некоторые априорные знания. Венера – практически всегда самая яркая планета при наблюдении с Земли, Марс может быть сравним по блеску с Юпитером, но лишь вблизи собственного противостояния. Венера может превзойти угловой размер Юпитера, но лишь вблизи нижнего соединения, когда расстояние между Венерой и Землёй минимально.

### Ответы

1. Венера – Марс – Юпитер (2 балла)
2. Венера – Юпитер – Марс (2 балла)
3. Юпитер – Венера – Марс (2 балла)
4. Фаза Венеры 0,5 или 50% (1 балл), фаза Юпитера стремится к 1 (100%). (1 балл)

Максимум за задачу – 8 баллов.

### Задача 6. Сравнение фотографий

Представьте, что Вы сравниваете снимки неба, полученные фотоаппаратом с обычным фотообъективом и сделанные через телескоп. Телескоп направлен в случайно выбранное место на небе.

Укажите:

- 1) на каком снимке будет выше доля звёзд, более массивных, чем наше Солнце;
- 2) на каком снимке будет выше доля звёзд, более старых, чем наше Солнце;
- 3) на каком снимке будет выше доля звёзд, более красных, чем наше Солнце;

4) на каком снимке будет выше доля звёзд с большей светимостью, чем наше Солнце.  
Ответ обоснуйте.

### **Решение**

1. Необходимо вспомнить, что частота встречаемости звёзд различных масс различна – чем звезда массивнее, тем реже она встречается в природе. Большинство звёзд – маломассивные красные карлики. В тоже время, светимость звезды пропорциональна её массе в третьей степени. Это приводит к тому, что хотя массивных звёзд и немного в Галактике, они хорошо видны издалека и доминируют на нашем небе среди ярких звёзд. Именно такие звёзды будут видны при наблюдении невооружённым глазом, и именно они будут сфотографированы с обычным фотообъективом. Лишь с использованием телескопа удастся сфотографировать маломассивные звёзды с низкой светимостью.

**Ответ:** Доля массивных звёзд выше на фотографии, полученной с обычным объективом.

2. Вспомним, что продолжительность жизни звезды обратным образом зависит от её массы – массивные звёзды живут меньше. Все яркие звёзды относительно молоды, а среди тусклых встречаются как молодые, так и старые. А это значит, что доля старых звёзд будет выше при наблюдении в телескоп.

**Ответ:** Доля старых звёзд выше на фотографии, полученной с телескопом.

3. Многочисленные маломассивные звёзды из-за своей низкой температуры имеют красный цвет. Кроме того, в телескоп, в среднем, мы наблюдаем более далёкие объекты, и такие звёзды больше подвержены эффекту межзвёздного покраснения света за счёт избирательного поглощения в межзвёздной среде.

**Ответ:** Доля красных звёзд выше на фотографии, полученной с телескопом.

4. Светимость звёзд пропорциональна их массе, массивные звёзды обладают большей светимостью (см. пункт 1).

**Ответ:** Доля звёзд с высокой светимостью выше на фотографии, полученной с обычным объективом.

Правильный ответ в каждом из пунктов оценивается в **1 балл**, ещё **1 балл** даётся за верное обоснование. Разумеется, обоснование может отличаться от авторского.

**Максимум за задачу – 8 баллов.**

<b>Максимальный балл за всю работу – 48.</b>
--