Практический тур – 11 класс



### **ХІ. 1** ПЛАНЕТА И КОЛЬЦО О.С. Угольников

На графике приведена зависимость блеска Сатурна в небе Земли от времени в течение первых 30 лет XXI века (примерно одного орбитального периода планеты). Исходя из этого графика, оцените соотношение среднего геометрического альбедо (в направлении источника света) Сатурна и его кольца. Полярный радиус Сатурна составляет 0.9 от экваториального радиуса, внутренний и внешний радиусы кольца – 92 и 134 тысячи км. Кольцо считать сплошным и однородным.



На графике можно отметить несколько периодических составляющих. В первую очередь, блеск Сатурна меняется с амплитудой 0.5-0.6<sup>m</sup> с периодом чуть больше одного года. Это есть синодический период Сатурна, и блеск меняется от соединения к противостоянию, прежде всего, за счет изменения расстояния между Сатурном и Землей. Если рассматривать блеск планеты только в противостоянии (или средний за синодический период), то легко заметны еще два фактора. Первый из них имеет период около 15 лет, вдвое меньший орбитального периода Сатурна, и приводит к минимуму блеска около 2009-2010 и 2024-2025 годов. Он связан с изменением ориентации колец Сатурна по отношению к Солнцу и Земле, и в указанные годы кольца расположены ребром к наблюдателю. Второй фактор связан с эллиптичностью орбиты Сатурна, его период равен орбитальному пе-



#### ХХ Всероссийская олимпиада школьников по астрономии



риоду планеты. Он приводит к тому, что блеск планеты в период максимального раскрытия колец (2002-2003 и 2017-2018 годы) различается.

Эпохи исчезновения колец наступают, когда на Сатурне происходят равноденствия, и Солнце оказывается в плоскости экватора и колец. Эти эпохи разделяются половиной орбитального периода Сатурна, а его блеск в это время примерно одинаков. Из этого можно сделать вывод, что Сатурн в это время оказывается посередине между перигелием и афелием своей орбиты. Соответственно, эпохи максимального раскрытия колец (2002-2003 и 2017-2018 годы) происходят вблизи перигелия и афелия. В этом можно также убедиться, сопоставив разность звездных величин Сатурна в эти эпохи с эксцентриситетом его орбиты.

Проведем синусоидальную линию, указывающую, каким был бы блеск Сатурна в противостоянии, если бы раскрытие колец было все время максимальным. Сравнивая реальный блеск Сатурна в противостоянии с этой кривой, получаем, что исчезновение колец приводит к ослаблению блеска Сатурна на величину  $\Delta m$ , равную 0.8<sup>m</sup>. Соответствующее отношение величин яркости составляет:

$$J_1/J_2 = 10^{0.4\Delta m} = 2.1.$$

Рассмотрим, как выглядит Сатурн со стороны Солнца (и Земли) во время двух противостояний: с максимальным раскрытием кольца и при его исчезновении, считая расстояние до Сатурна в обоих случаях одинаковым. Видимая площадь диска Сатурна составляет

$$S_1 = \pi r_{\rm E} r_{\rm P} / D^2$$
,

где  $r_{\rm E}$  и  $r_{\rm P}$  – экваториальный и полярный радиусы Сатурна, D – расстояние до него. Видимая площадь колец во время их максимального раскрытия равна





где  $R_1$  и  $R_2$  – внутренний и внешний радиус кольца, *i* – угол наклона плоскости экватора и колец Сатурна к плоскости его орбиты. Видимая площадь колец составляет 1.35 от видимой площади Сатурна.

Вне зависимости от раскрытия кольца, в противостоянии мы не наблюдаем теней и видим ту же поверхность Сатурна и колец, которую освещает Солнце. Когда кольца повернуты к Солнцу и Земле ребром, мы видим только полный диск Сатурна. При максимальном раскрытии колец они закрывают часть диска Сатурна (эта площадь обозначена как *s* на рисунке). У противоположного полюса сам Сатурн закрывает такую же площадь колец. Вычислить величину данной площади в точности трудно, но ее можно определить из рисунка, построенного в точном масштабе. Данную площадь можно аппроксимировать треугольником, показанном на рисунке. Ее приближенное значение оказывается равным 0.1 видимой площади Сатурна. Обозначив альбедо Сатурна и кольца как  $A_1$  и  $A_2$  соответственно, получаем выражение для отношения яркостей Сатурна с максимальным раскрытием колец и без него:

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{A_1(S_1 - s) + A_2(S_2 - s)}{A_1 S_1}.$$

Отсюда получаем соотношение альбедо:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{S_1 J_1 - (S_1 - s) J_2}{J_2 (S_2 - s)} = \frac{S_1}{S_2 - s} \cdot \frac{J_1}{J_2} - \frac{S_1 - s}{S_2 - s} \approx 1.$$

Геометрическое альбедо Сатурна и его ярких колец практически совпадает.

# **ХІ. 2** СПЕКТРЫ ДВУХ ЗВЕЗД О.С. Угольников

**2** Перед Вами участки спектров Солнца и звезды 109 Тельца (спектральный класс G8), полученные в один день из одного пункта примерно на одинаковой высоте над горизонтом. Спектральная область и масштаб обоих спектров по длине волны совпадает, длина волны увеличивается слева направо. В спектрах обеих звезд видны линии, принадлежащие самим звездам, а также теллурические линии водяного пара, возникающие в атмосфере Земли. Длины волн самых сильных линий водяного пара в данной области приведены в таблице. Укажите в спектрах звездные линии и найдите лучевую скорость звезды 109 Тельца относительно Земли.







Спектральный класс звезды 109 Тельца совпадает с солнечным, отличается лишь подкласс (G2 у Солнца и G8 у 109 Тельца). Поэтому вид звездных линий в их спектрах должен быть похож, но длина волны каждой линии в спектре 109 Тельца смещена вслед-

### Длины волн линий H<sub>2</sub>O (ангстремы):

7302.0	7312.4
7303.0	7315.3
7304.0	7317.1
7308.6	7318.5
7309.3	7323.8

ствие лучевой скорости этой звезды относительно наблюдателя. Линии водяного пара возникают в атмосфере Земли, и для них данного смещения быть не должно. Более того, так как спектры были получены в один день на одинаковом зенитном расстоянии, то можно ожидать (по крайней мере, при стабильной ясной погоде), что вид самих линий водяного пара в обоих спектрах будет одинаковым.

Расположим два спектра друг под другом и отметим в них линии с совпадающими длинами волн и линии, смещенные в спектре звезды 109 Тельца. Среди линий с совпадающими длинами волн можно выделить наиболее сильные и отождествить их со списком, приведенным в условии задачи. Это позволяет восстановить шкалу спектра по длинам волн. Спектр охватывает интервал от 7300 до 7330 ангстрем.

Выделим несколько ярких линий, смещенных в спектре звезды 109 Тельца относительно аналогичных линий в спектре Солнца (в основном это линии нейтрального железа, сильная линия с длиной волны 7326 ангстрем принадлежит нейтральному кальцию). Они смещены в правую сторону, то есть звезда 109 Тельца имеет положительную лучевую скорость и удаляется от нас. Спектральный интервал, представленный на графике, достаточно узкий, и смещение линий в спектре ( $\Delta\lambda$ ) можно считать постоянной величиной. Однако для достижения лучшей точности имеет смысл измерить ее для нескольких линий и усреднить результаты. Величина составляет 0.4 ангстрема, лучевая скорость равна



$$v = c (\Delta \lambda / \lambda) = 16$$
 км/с.

## **ХІ. 3** ЯРКИЕ ЗВЕЗДЫ В ПЫЛЕВОМ ДИСКЕ О.С. Угольников

**2** На диаграмме показано соотношение показателей цвета U-B и B-V для ярких звезд из каталога BSC (Bright Star Catalog, звезды до  $6.5^{m}$  в полосе V). Определите расстояние до одиночных звезд 1, 2 и 3 из этого каталога, расположенных в диске Галактики, данные о которых также указаны на диаграмме. Межзвездное поглощение света в окрестностях Солнца в диске Галактики составляет  $2^{m}$  на 1 кпк в полосе V и меняется с длиной волны как  $\lambda^{-1.3}$ . Спектральные кривые полос U, B и V показаны на отдельном графике.



Пусть свет далекой звезды в диске Галактики прошел путь *r* и испытал ослабление межзвездной пылью. Яркость звезды в некоторой спектральной полосе *J* будет связана с яркостью *J*<sub>0</sub> на том же расстоянии, но без поглощения, соотношением:

$$J = J_0 e^{-K \cdot r},$$

где *К* – коэффициент поглощения на единицу пути, зависящий от длины волны. Соответствующее изменение звездной величины будет выражаться формулой:



#### Практический тур – 11 класс

$$m = m_0 + E \cdot r;$$
  $E = 1.086 \cdot K.$ 

Получается, что если пыль распределена на луче зрения однородно, то ослабление будет пропорционально длине пути. Обозначим поглощение для длины пути в 1 кпк в полосе V как  $E_V$ . По графикам кривых полос U, B и V мы можем определить средние (эффективные) длины волн, соответствующие этим полосам: 3600, 4400 и 5500 ангстрем. Тогда мы можем получить аналогичные значения для других спектральных полос:

$$\begin{split} E_{\rm B} &= E_{\rm V} \; (\lambda_{\rm B}/\lambda_{\rm V})^{-1.3} \sim 4/3 \; E_{\rm V}, \\ E_{\rm U} &= E_{\rm V} \; (\lambda_{\rm U}/\lambda_{\rm V})^{-1.3} \sim 7/4 \; E_{\rm V}. \end{split}$$

Так как ослабление зависит от длины волны, оно будет менять показатели цвета звезд:

$$(B-V) = (B-V)_0 + (E_B - E_V) \cdot r = (B-V)_0 + E_V ((\lambda_B/\lambda_V)^{-1.3} - 1) \cdot r,$$
  
$$(U-B) = (U-B)_0 + (E_U - E_B) \cdot r = (U-B)_0 + E_V ((\lambda_U/\lambda_V)^{-1.3} - (\lambda_B/\lambda_V)^{-1.3}) \cdot r.$$

Изменение показателей цвета связано соотношением:

$$\frac{(U-B) - (U-B)_0}{(B-V) - (B-V)_0} = \frac{(\lambda_U / \lambda_V)^{-1.3} - (\lambda_B / \lambda_V)^{-1.3}}{(\lambda_B / \lambda_V)^{-1.3} - 1} = 1.18.$$

Для звезды в диске Галактики, удаленной от нас на 1 кпк, поглощение в полосах U, B и V составит 2.0<sup>m</sup>, 2.7<sup>m</sup> и 3.5<sup>m</sup> соответственно, а показатели цвета (U–B) и (B–V) увеличатся на 0.8<sup>m</sup> и 0.7<sup>m</sup>, что удовлетворяет последней формуле. Перемещение такой звезды на трехцветной диаграмме показано стрелкой. Если расстояние до звезды отличается от 1 кпк, смещение ее положения на диаграмме будет иметь другую длину, но то же направление.



На рисунке мы видим, что большинство звезд располагается вблизи некоторой кривой, а некоторая часть смещена вправо и вниз, примерно в направлении стрелки, характеризующей межзвездное поглощение. Так как диаграмма построена для наиболее ярких звезд неба, можно сделать вывод, что большая часть этих звезд сравнительно близкие, и межзвездное поглощение невелико. Более далеких звезд, свет которых испытал значительное поглощение, должно быть не так много, так как в качестве таких объектов могут выступать только звезды высокой светимости.

Кривая, к которой группируются большинство звезд, характеризует физическую взаимосвязь двух показателей цвета для звезд разных температур и соответствует нулевому поглощению. Три звезды, подписанные номерами, не находятся на этой кривой, следовательно, влияние поглощение на их яркость и цвет ощутимо. Восстановим положение этих звезд на диаграмме, проведя через них линии, параллельные направлению, указанному в верхней правой части рисунка. Отметим точки пересечения этих линий с кривой, соответствующей нулевому поглощению. Сравнив длину отрезка смещения со стандартной для 1 кпк, мы получим расстояние до звезды.

Расстояние до звезды 1 равно 1 кпк, причем эта звезда – достаточно горячая (спектральный класс О или В), при отсутствии поглощения она характеризовалась бы отрицательными значениями показателей цвета. Для звезды 2 расстояние может принимать два возможных значения – 0.6 или 1.8 кпк (прямая и пунктирная линия на рисунке), причем точность определения первой из этих величин низка (отрезок прямой практически касается кривой нулевого поглощения). Для звезды 3 наиболее вероятной величина расстояния составляет 0.8 кпк. Теоретически возможны два других значения – 1.9 и 2.6 кпк.

Проверим, какие из полученных решений имеют физический смысл. Звезды 1, 2 и 3 входят в каталог ярких звезд, и их блеск в небе Земли *m* в полосе V не слабее 6.5<sup>m</sup>. При отсутствии межзвездного поглощения их блеск был бы равен  $m_0$ , а абсолютная звездная величина составила бы:

$$M = m_0 + 5 - 5 \lg r$$
.

Учитывая соотношение между  $m_0$  и m, записанное ранее, получаем:

$$M = m + 5 - 5 \lg r - E_{v} r.$$

Поглощение  $E_V$  составляет  $2^m$  на килопарсек или  $0.002^m$  на парсек. Прирав-

	Расстояние r, пк	M
Звезда 1	1000	-5.5
Звезда 2	600	-3.6
	1800	-8.4
Звезда 3	800	-4.6
	1900	-8.7
	2600	-10.8

няв видимую величину 6.5<sup>m</sup>, для всех возможных решений получаем минимальную абсолютную звездную величину (таблица).

Первые (минимальные) возможные значения абсолютной звездной величины для каждой из трех звезд вполне типичны для звезд-сверхгигантов. Вторые решения для звезд 2 и 3 крайне маловероятны – абсолютные звездные величины близки к максимально возможным значениям для звезд. Третье решение для звезды 3 физического смысла не имеет – таких ярких звезд (светимость более миллиона солнечных) не существует.

