

10 класс**Второй день**

- 10.5. По кругу стоит 101 мудрец. Каждый из них либо считает, что Земля вращается вокруг Юпитера, либо считает, что Юпитер вращается вокруг Земли. Один раз в минуту все мудрецы одновременно оглашают свои мнения. Сразу после этого каждый мудрец, оба соседа которого думают иначе, чем он, меняет своё мнение, а остальные — не меняют. Докажите, что через некоторое время мнения перестанут меняться.
- 10.6. Существуют ли натуральные числа a, b, c , большие 10^{10} и такие, что их произведение делится на любое из них, увеличенное на 2012?
- 10.7. На координатной плоскости нарисовано n парабол, являющихся графиками квадратных трёхчленов; никакие две из них не касаются. Они делят плоскость на несколько областей, одна из которых расположена над всеми параболой. Докажите, что у границы этой области не более $2(n - 1)$ углов (то есть точек пересечения пары парабол).
- 10.8. Точка E — середина отрезка, соединяющего точку пересечения высот неравнобедренного остроугольного треугольника ABC с его вершиной A . Окружность, вписанная в этот треугольник, касается сторон AB и AC в точках C' и B' соответственно. Докажите, что точка F , симметричная точке E относительно прямой $B'C'$, лежит на прямой, проходящей через центры вписанной и описанной окружностей треугольника ABC .

10 класс**Второй день**

- 10.5. По кругу стоит 101 мудрец. Каждый из них либо считает, что Земля вращается вокруг Юпитера, либо считает, что Юпитер вращается вокруг Земли. Один раз в минуту все мудрецы одновременно оглашают свои мнения. Сразу после этого каждый мудрец, оба соседа которого думают иначе, чем он, меняет своё мнение, а остальные — не меняют. Докажите, что через некоторое время мнения перестанут меняться.
- 10.6. Существуют ли натуральные числа a, b, c , большие 10^{10} и такие, что их произведение делится на любое из них, увеличенное на 2012?
- 10.7. На координатной плоскости нарисовано n парабол, являющихся графиками квадратных трёхчленов; никакие две из них не касаются. Они делят плоскость на несколько областей, одна из которых расположена над всеми параболой. Докажите, что у границы этой области не более $2(n - 1)$ углов (то есть точек пересечения пары парабол).
- 10.8. Точка E — середина отрезка, соединяющего точку пересечения высот неравнобедренного остроугольного треугольника ABC с его вершиной A . Окружность, вписанная в этот треугольник, касается сторон AB и AC в точках C' и B' соответственно. Докажите, что точка F , симметричная точке E относительно прямой $B'C'$, лежит на прямой, проходящей через центры вписанной и описанной окружностей треугольника ABC .